Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2001 – Mecánica

# Auxiliar 15

## Pequeñas oscilaciones II

**Profesor: Gonzalo Palma**
Auxiliares: Francisco Colipí, Javier Huenupi
Ayudante: Gabriel Marin, Valentina Suárez

### P1.-

Usted se encuentra balancéandose en uno de los columpios de la plaza Manuel Rodríguez. Usando sus piernas usted realiza un balanceo que le genera una fuerza tangencial a su movimiento y de forma sinusoidal dependiente del tiempo, como

$$\vec{F}_0 = F_0 \sin \omega t \hat{\phi}\,.$$

Además, el aire le genera una fuerza de roce viscoso de la forma $\vec{F}_r = -c\vec{v}$, donde $\vec{v}$ es la velocidad que usted lleva en el columpio. Considere que el columpio tiene un largo $R$ y masa despreciable y usted tienen una masa $m$, con esto encuentre la ecuación de movimiento linealizada que rige su balanceo. Esta ecuación la resolverán en clases.

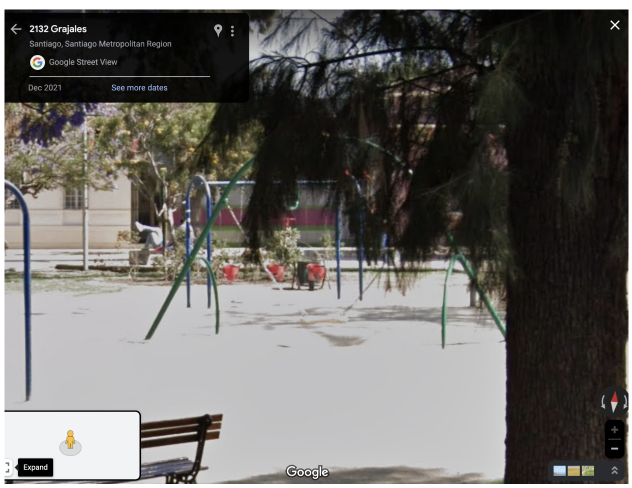



Figura 1: Imagínese ahí

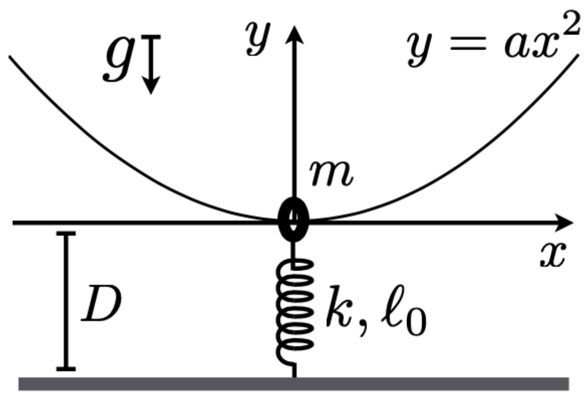
### P2.- P3 C2 2015

Considere un alambre que describe una curva parabólica del tipo $y = ax^2$ en un plano vertical. Un anillo de masa $m$ desliza con roce despreciable por el alambre, unido a un resorte de largo $l_0$ y constante elástica $k$. El otro extremo del resorte se encuentra atado a un punto fijo localizado a una distancia $D$ del punto $(0,0)$ del sistema de coordenadas $(x,y)$ (ver figura). Asuma $a = 1/l_0$ y $D = 2l_0$.

a) Si el anillo se encuentra inicialmente en el punto más bajo de la parábola, determine la velocidad $v_0$ con que se le debe impulsar para que alcance una altura $D$ sobre la posición inicial

b) Demuestre que el punto $(0,0)$ es un punto de equilibrio estable

c) Determine el periodo de las pequeñas oscilaciones del anillo alrededor del punto de equilibrio

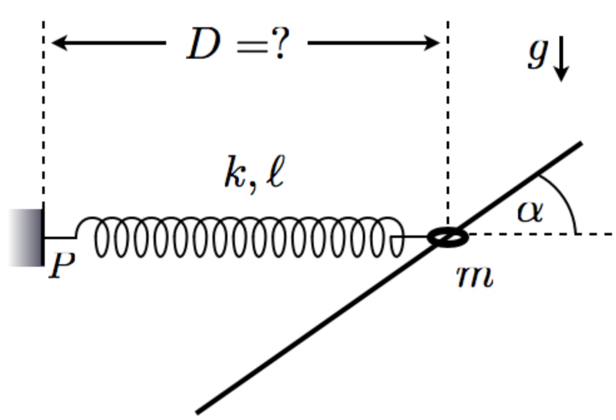



## P3.- P1 C3 2010

El anillo de masa $m$ de la figura se puede deslizar sin roce por una barra inclinada formando un ángulo $\alpha$ con respecto a la horizontal. El anillo está ligado a un punto fijo $P$ mediante un resorte ideal de largo natural $l$ y constante elástica $k$. Se pide:

a) Determinar la distancia $D$ para que la posición con el resorte horizontal corresponda a un punto de equilibrio del sistema (ver figura)

b) Si se cumple que $\alpha = 30°$ y $kl = mg$, determine el tipo de estabilidad del equilibrio de la parte (a). Si fuese estable, determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a él. Si fuese inestable, indique si espera que existan equilibrios adicionales.



# Formulario

**Puntos de equilibrio**

De tener únicamente fuerzas conservativas (o que las no conservativas no generen trabajo), los puntos de equilibrio $r_0$ cumplen que

$$\left.\frac{\partial U_{\text{tot}}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_0} = 0\,,$$

estos puntos pueden ser equilibrios estables o inestables según el signo de la segunda derivada

$$\left.\frac{\partial^2 U_{\text{tot}}(r)}{\partial r^2}\right|_{r=r_0} > 0 \quad (\text{estable})\,; \qquad \left.\frac{\partial^2 U_{\text{tot}}(r)}{\partial r^2}\right|_{r=r_0} < 0 \quad (\text{inestable})\,,$$

donde $U_{\text{tot}}$ está en función de la coordenada $r$ y es el potencial total del sistema, o sea

$$U_{\text{tot}}(r) = \sum_i U_i(r)\,.$$

Si la energía puede ser escrita en función de una sola variable, en este caso $r$, la frecuencia de oscilación en torno a los puntos de equilibrio **estables** está dada por

$$\omega = \sqrt{\left.\frac{\partial^2 U_{\text{tot}}(r)}{\partial r^2}\right|_{r=r_0} \frac{1}{m}}\,.$$