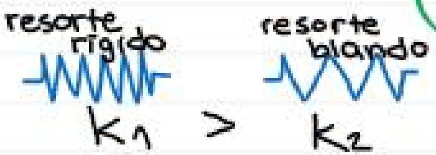
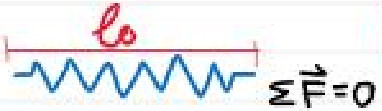
Fuerza Elástica ($\vec{F_e}$)

1 • Surge siempre que una masa está unida a un resorte.

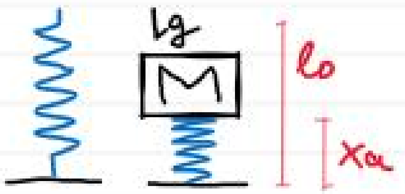
• Tiene el valor de $\boxed{\vec{F_e} = k \cdot (x_a - l_0)}$



k = Constante elástica
Distinta para cada resorte
Indica qué tan "tieso" o "rígido" es el resorte.
Tiene unidades $\left[\frac{\vec{F}}{d}\right] = \frac{M \cdot d}{t^2 \cdot d} = \left[\frac{M}{t^2}\right]$



l_0 = Largo natural del resorte, es constante!
Distinto resorte → Distinto l_0
Es el largo que adquiere el resorte cuando no hay ninguna fuerza actuando sobre él.



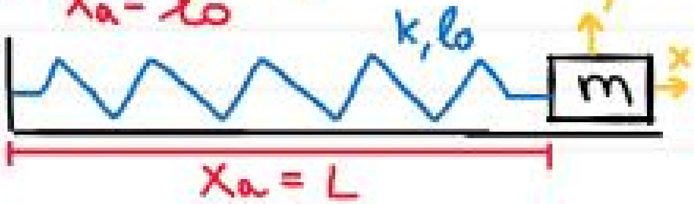
X_a = Largo actual del resorte
Puede ir variando, dependiendo de las fuerzas que son aplicadas.
Toma valores desde 0 a ∞, ya que se asume que los resortes son ideales → k es constante
→ se estiran todo lo que deseemos
→ no tienen masa

2

Va en la dirección hacia el resorte, sin importar si este esta comprimido o estirado. El cambio de sentido de la fuerza elástica lo determina X_a.

$$DCL_m \left\{ Fe \leftarrow \overset{\uparrow N}{\underset{\downarrow mg}{}} \right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F_e} = k\cdot(\ell_0-\ell_0)=0 \\ \Sigma F_x = m\cdot a_x \rightarrow a_x = 0 \end{array}\right\} \text{no se mueve}$$

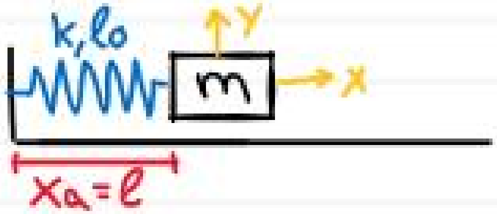


$$DCL_m \left\{ Fe \leftarrow \overset{\uparrow N}{\underset{\downarrow mg}{}} \right.$$

$\vec{F_e} = k\cdot(L-\ell_0) > 0$

$\Sigma F_x = -k(L-\ell_0) = m a_x$ (por eje)

↳ el elástico lo lleva hacia la izquierda. ($\vec{a_x} < 0$)



$$DCL_m \left\{ Fe \leftarrow \overset{\uparrow N}{\underset{\downarrow mg}{}} \right.$$

A pesar de tener largos distintos, el DCL es el mismo

$\vec{F_e} = k\cdot(\ell-\ell_0) < 0$ } ya que $\ell < \ell_0$

$\Sigma F_x = -k\cdot(\ell-\ell_0) = ma > 0$ } $(-)\cdot(-)=+$

↳ el elástico lo lleva hacia la derecha ($a_x > 0$)

Al ingresar los valores en la definición de Fe se obtiene la dirección real de la fuerza.

3 Resortes en paralelo:

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

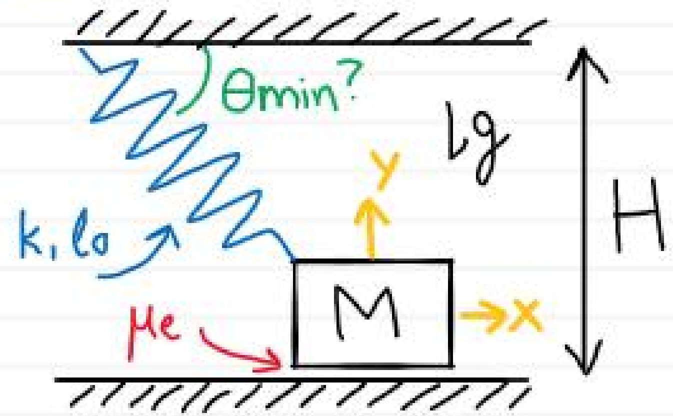
$$l_{o(eq)} = l_{o1} + l_{o2}$$

4 Resortes en serie:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$l_{o(eq)} = l_{o1} + l_{o2}$$

5 EJEMPLO

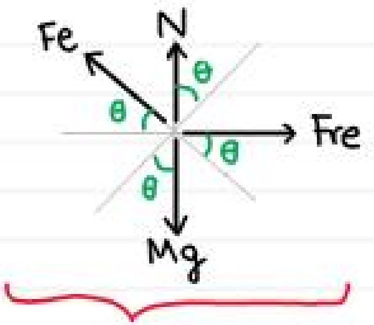


Buscamos una expresión para θmin, tal que M no resbale.

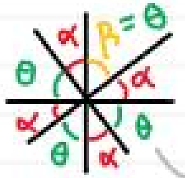
I Eje de referencia

↳ Horizontal ya que en ese sentido se mueve M

II DCL M



- Fre hacia la derecha, ya que M quiere ir hacia la izquierda
- θ lo copiamos del dibujo original y lo vamos alternando:

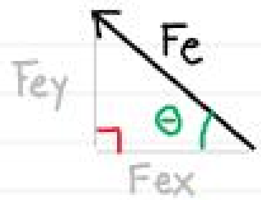


$\alpha = 90 - \theta$

$\beta = 90 - (90 - \theta) = \theta$

el mismo del enunciado

III Descomponer fuerzas en ejes



$\mathrm{sen}(\theta) = \dfrac{Fey}{Fe} \rightarrow Fey = Fe \cdot \mathrm{sen}(\theta)$

$\cos(\theta) = \dfrac{Fex}{Fe} \rightarrow Fex = Fe \cdot \cos(\theta)$

→ Los catetos, Fex y Fey, deben ser paralelos al eje ✓OK

→ El vector original (Fe), debe quedar en la hipotenusa ✓OK

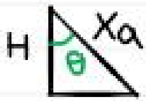
$\boxed{IV}$ $\Sigma F = M\vec{a}$

(1) Eje x: $\Sigma F_x = Fre - Fe_x = Fre - Fe \cdot \cos(\theta) = 0$ (no se mueve) $\rightarrow a = 0$

(2) Eje y: $\Sigma F_y = N + Fe_y - Mg = N + Fe \cdot \text{sen}(\theta) - Mg = 0$

↳ Si la condición fuera que M no se levantara, en esta ecuación impondríamos N=0 (pero en este caso no es necesario)

$\boxed{V}$ Relaciones y definiciones



$\cos(\theta) = \frac{H}{Xa} \rightarrow Xa = \frac{H}{\cos(\theta)}$ (3)

$Fre \geq \mu e \cdot N \rightarrow$ caso crítico $\rightarrow \vec{Fre} = \mu e \cdot N$ (4)

ya que queremos que no resbale

$Fe = k \cdot (Xa - \ell_0)$ (5)

$\boxed{VI}$ ¿N° ec $\geq$ N° incógnitas?

N° ec = 5

N° incógnitas = θ, Xa, Fre, Fe, N = 5 √OK

$\boxed{VII}$ Resolver

$\mu e \cdot N = k \cdot \left(\frac{H}{\cos\theta} - \ell_0\right) \cdot \cos\theta$ (1) con (3),(4),(5)

$N + k\left(\frac{H}{\cos\theta} - \ell_0\right) \cdot \text{sen}\theta = Mg$ (2) con (3),(5)

$$\boxed{\frac{k \cdot H}{\mu e} - \frac{k \ell_0 \cos\theta}{\mu e} = Mg - k \cdot H \cdot \tan(\theta) - k \cdot \ell_0 \cdot \text{sen}\theta}$$

↳ Esta expresión define θ √OK