

Auxiliar 2

Aritmética, lógica booleana, circuitos combinacionales

Profesor: Ricardo Finger
Auxiliar: Ariel Núñez

1. Pregunta 1 (Control 1 Otoño 2021)

1. Calcule la siguiente operación en complemento de dos: $13_{10} - X_{10}$, donde X es el dígito verificador de su RUT (de tener dígito 0 ó $K = 10$). Para esto:

- Transforme los números (positivos) de la expresión anterior a complemento de dos.
- Invierta el signo del sustraendo (X). Escoja el mínimo bitsize que le permita realizar la operación.
- Realice la operación solicitada directamente con los números en complemento de 2.

2. Transforme el valor resultante a base OCT y HEX con el método de su preferencia. Escriba el desarrollo de su transformación.

2. Pregunta 2: Álgebra Booleana

Usando las propiedades de la álgebra de Boole, resuelva:

- Demuestre la siguiente expresión:

$$(B + \bar{C} + B\bar{C}) \cdot (BC + A\bar{B} + AC) \cdot ((\overline{BC}) + (\overline{B\bar{C}})) = A\bar{B}\bar{C} + BC$$

- Simplifique la siguiente función lógica a su mínima expresión.

$$F(A, B, C) = (\overline{\bar{A}B + \bar{A} + C}) \cdot B \cdot (B + \bar{C})$$

3. Pregunta 3 (Control 1 Otoño 2021)

Un drone de ala fija posee sensores de contacto ($C_i = 1$) en cada de sus 3 ruedas. Para ayudar al computador a bordo en el despegue y aterrizaje, se requiere diseñar un circuito ultra rápido (circuito combinacional) que genere una señal $F=1$ “en vuelo”, si dos o más ruedas pierden contacto con la pista.



Figura 1: Ejemplo del dron en un estado de “en vuelo”.

Diseñe un circuito combinacional que genere la señal a partir de los contactos. Para esto:

- Escriba la tabla de verdad del circuito (2p).
- Encuentre la expresión canónica en SdM y PdM (2p).
- Reduzca la expresión al mínimo, en forma de Suma de Productos (1p).
- Dibuje el circuito restante (1p).

Ayuda complementaria (aka Torpedo)

Bases

$$(\text{Número}) = \left(\sum_{i=0}^{i=n-1} A_i \cdot r^i \right) + \left(\sum_{j=-m}^{j=-1} A_j \cdot r^j \right)$$

$$(\text{Número}) = (\text{Parte Entera}) + (\text{Parte Fraccionaria})$$

Ejemplo:

$$0,111_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 0,5_{10} + 0,25_{10} + 0,125_{10} = 0,875_{10}$$

Números en complemento de a dos

$$A = a_{n-1} \left(-2^{n-1} \right) + \sum_{i=0}^{n-2} a_i 2^i$$

Tabla de conversión entre bases

Tabla 1: Tabla de conversión entre distintos códigos

Decimal	Hexadecimal	Octal	Binario
0	0	000	00000000
1	1	001	00000001
2	2	002	00000010
3	3	003	00000011
4	4	004	00000100
5	5	005	00000101
6	6	006	00000110
7	7	007	00000111
8	8	010	00001000
9	9	011	00001001
10	A	012	00001010
11	B	013	00001011
12	C	014	00001100
13	D	015	00001101
14	E	016	00001110
15	F	017	00001111

Conversión entre binario a oct/hex

$$110011100101001_2 = (110 \ 011 \ 100 \ 101 \ 001)_2 = (63451)_8$$

$$110011100101001_2 = (0110 \quad 0111 \quad 0010 \quad 1001)_2 = (6729)_{16}$$

Minitérminos y maxitérminos

Variable			Minterm		Maxterm	
x	y	z	Term	Designation	Term	Designation
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x+y+z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x+y+z'$	M_1
0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x+y'+z$	M_2
0	1	1	$x'yz$	m_3	$x+y'+z'$	M_3
1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x'+y+z$	M_4
1	0	1	$xy'z$	m_5	$x'+y+z'$	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	$x'+y'+z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$x'+y'+z'$	M_7

Suma de Productos y Producto de Sumas

- Suma de Productos (suma de minitérminos, suma canónica):

$$F(X_1 \dots X_n) = \sum_{i|F_i=1} m_i$$

- Producto de Sumas (producto de maxitérminos, producto canónico)

$$F(X_1 \dots X_n) = \prod_{i|F_i=0} M_i$$

Tabla propiedades de álgebra booleana

Expresión		Dual	
(T1)	$A + 0 = A$	(T1')	$A \cdot 1 = A$
(T2)	$A + 1 = 1$	(T2')	$A \cdot 0 = 0$
(T3)	$A + A = A$	(T3')	$A \cdot A = A$
(T4)	$A'' = A$		
(T5)	$A + A' = 1$	(T5')	$A \cdot A' = 0$
(T6)	$A + B = B + A$	(T6')	$AB = BA$
(T7)	$(A + B) + C = A + (B + C)$	(T7')	$(AB)C = A(BC)$
(T8)	$A \cdot (B + C) = AB + AC$	(T8')	$A + (BC) = (A + B)(A + C)$
(T9)	$A + AB = A$	(T9')	$A(A + B) = A$
(T10)	$AB + A\bar{B} = A$	(T10')	$(A + B)(A + \bar{B}) = A$
(T11)	$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$	(T11')	$(A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$
(T12)	$A + A + \dots + A = A$	(T12')	$A \cdot A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$
(T13)	$\overline{AB \dots Z} = \bar{A} + \bar{B} + \dots + \bar{Z}$	(T13')	$\overline{A + B + \dots + Z} = \bar{A} \bar{B} \dots \bar{Z}$