

P1. En el circuito de la Figura 1, los *switches* operan sincrónicamente: cuando el *switch* de la izquierda está en la posición A, el *switch* de la derecha está en la posición D; cuando el *switch* de la izquierda está en la posición B, el *switch* de la derecha está en la posición C. En $t = 0$, los *switches* se mueven a su posición final. Determine $v_o(t)$ para $t \geq 0$ mediante el método de Laplace, suponiendo que los *switches* han estado en su posición inicial durante mucho tiempo.

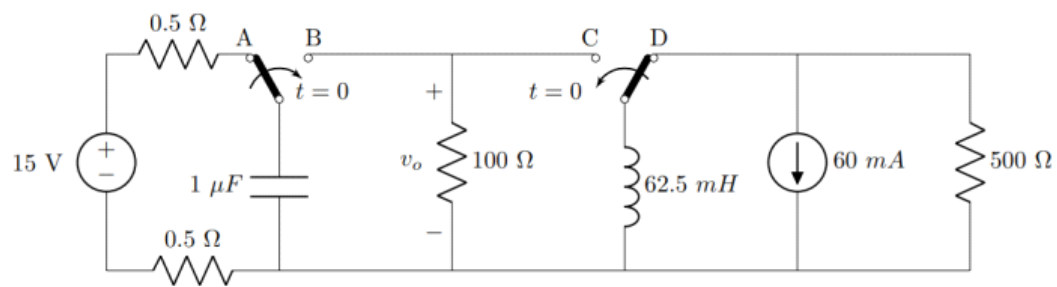
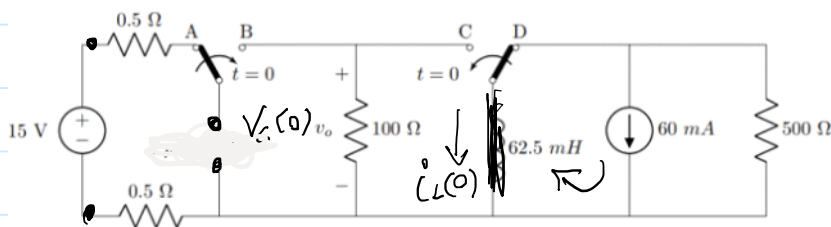


Figura 1: Circuito P1

Primero calculamos las condiciones iniciales con los *switches* en A y D en estado estacionario (debido a que nos indican que llevan mucho tiempo así):



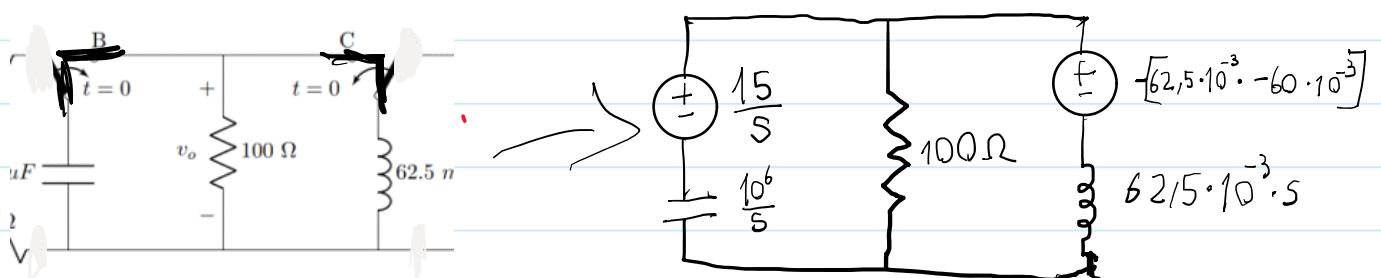
$$V_c(0) = 15V$$

$$i_L(0) = -60mA$$

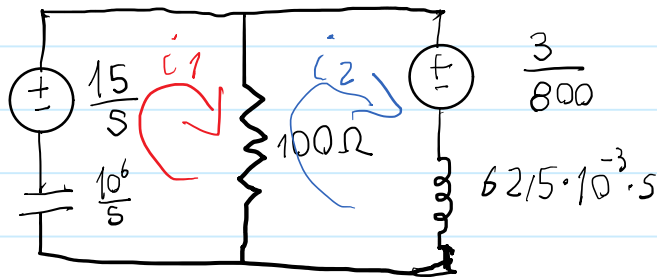
Ya con esos valores obtenidos podemos cambiar los *switches* y aplicar la transformada de Laplace

$$\frac{1}{s} V_c(0) = \frac{V_0}{s} \Rightarrow \text{Circuit with voltage source } \frac{V_0}{s} \text{ and capacitor } \frac{1}{C \cdot s}$$

$$i_L(0) = i_0 \Rightarrow \text{Circuit with current source } -Li_0 \text{ and inductor } L \cdot s$$



Sabemos que: $V_o = 100(i_1 - i_2)$



Usamos mallas para despejar

$$\begin{aligned} i_1: \quad \frac{15}{s} - \frac{10^6}{s} i_1 + 100(i_1 - i_2) &= 0 \\ i_2: \quad -\frac{3}{800} = 62.5 \cdot 10^{-3} \cdot s \cdot i_2 + 100(i_2 - i_1) \end{aligned}$$

Usando una calculadora para resolver el sistema:

$$i_1 = \frac{3(3s + 8 \cdot 10^3)}{100(s^2 + 10^4 \cdot s + 16 \cdot 10^6)}$$

$$i_2 = \frac{-3(s + 6 \cdot 10^3)}{50(s^2 + 10^4 \cdot s + 16 \cdot 10^6)} \quad \left/ \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 2 \end{array} \right.$$

$$V_o(s) = 100 \left(\frac{3(3s + 8 \cdot 10^3)}{100(s^2 + 10^4 \cdot s + 16 \cdot 10^6)} + \frac{6(s + 6 \cdot 10^3)}{100(s^2 + 10^4 \cdot s + 16 \cdot 10^6)} \right)$$

$$V_o(s) = \frac{3(5 \cdot s + 20 \cdot 10^3)}{(s + 2 \cdot 10^3) \cdot (s + 8 \cdot 10^3)}$$

Ahora para encontrar formas conocidas de la transformada de Laplace para volver al dominio del tiempo, podemos aplicar fracciones parciales.

$$3 \left(\frac{A}{(s + 2 \cdot 10^3)} + \frac{B}{(s + 8 \cdot 10^3)} \right) = V_o(s)$$

$\Rightarrow$

$$A(s + 8 \cdot 10^3) + B(s + 2 \cdot 10^3) = 5 \cdot s + 20 \cdot 10^3$$

$$A + B = 5$$

$$8 \cdot 10^3 \cdot A + 2 \cdot 10^3 \cdot B = 20 \cdot 10^3$$

$$A + B = 5$$

$$8 \cdot 10^3 \cdot A + 2 \cdot 10^3 \cdot B = 20 \cdot 10^3$$

Resolviendo este último sistema tendremos expresado el voltaje en formas de primer orden conocidas

$$A = \frac{5}{3} \quad B = \frac{10}{3}$$

$$V_0(s) = 3 \left(\frac{\frac{5}{3}}{s + 2 \cdot 10^3} + \frac{\frac{10}{3}}{s + 8 \cdot 10^3} \right)$$

$$V_0(s) = \frac{5}{s + 2 \cdot 10^3} + \frac{10}{s + 8 \cdot 10^3}$$

$$\frac{C}{s + k} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} C \cdot e^{-kt}$$

$\Rightarrow$

$$V_0(t) = 5 e^{-2 \cdot 10^3 t} + 10 \cdot e^{-8 \cdot 10^3 t} \text{ [V]} \quad t > 0$$