**2022-3 FI1100-1 Introducción a la Física Moderna**
**Profesor:** Simón Riquelme Muñoz
**Auxiliar:** Camilo Núñez Barra
**Ayudante:** Camila Pulgarés Muñoz

# Auxiliar 11

24 de enero de 2023

## P1. [40.59 Sears] Energía negativa en partícula libre

Su colega propone que una posible función de onda para una partícula de masa $m$ (una para la que la función energía potencial $U(x)$ es cero) es

$$\psi(x) = \begin{cases} \mathrm{e}^{+\kappa x} & x < 0 \\ \mathrm{e}^{-\kappa x} & x \geq 0 \end{cases} \tag{1.1}$$

donde $\kappa$ es una constante positiva.

a) Grafique esta función de onda propuesta.

b) Muestre que la función de onda propuesta satisface la ecuación de Schrödinger para $x < 0$ si la energía es $E = -\hbar^2\kappa^2/2m$, esto es, si la energía de la partícula es *negativa*.

c) Muestre que la función de onda propuesta también satisface la ecuación de Schrödinger para $x \geq 0$ con la misma energía que en el inciso anterior.

d) Explique por qué la función de onda propuesta, sin embargo, *no* es una solución aceptable de la ecuación de Schrödinger para una partícula libre. (*Hint:* ¿Cuál es el comportamiento de la función en $x = 0$?) De hecho, es imposible para una partícula libre (una para la que $U(x) = 0$) tener una energía menor a cero.

## P2. [41.55 Serway]

Una partícula cuántica tiene una función de onda

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}}\mathrm{e}^{-x/a} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

a) Encuentre y bosqueje la densidad de probabilidad.

b) Encuentre la probabilidad de que la partícula esté en cualquier punto donde $x < 0$.

c) Muestre que $\psi$ está normalizada.

d) Encuentre la probabilidad de encontrar la partícula entre $x = 0$ y $x = a$.

## P3. [41.63 Serway] Oscilador armónico

La función de onda

$$\psi(x) = Bx\mathrm{e}^{-(m\omega/2\hbar)x^2} \tag{3.1}$$

es una solución al problema del oscilador armónico simple.

a) Encuentre la energía de este estado.

b) ¿Cuál es la posición menos probable de encontrar la partícula?

c) ¿Cuál es la posición más probable de encontrar la partícula?

d) Determine el valor de $B$ requerido para normalizar la función de onda. La siguiente integral definida le puede ser útil:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \mathrm{e}^{-\alpha x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}. \tag{3.2}$$

e) *¿Y si...?* Determine la probabilidad clásica de encontrar la partícula en un intervalo de largo pequeño $\delta$ centrado en la posición $x = 2(\hbar/m\omega)^{1/2}$.

f) ¿Cuál es la probabilidad real de encontrar la partícula en este intervalo?

**P4. [41.27 Serway]**

En una región del espacio, una partícula cuántica con energía total nula tiene una función de onda

$$\psi(x) = Ax\mathrm{e}^{-x^2/L^2}. \tag{4.1}$$

a) Encuentre la energía potencial $U$ como función de $x$.

b) Bosqueje $U(x)$ versus $x$.