FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre
MA6923	Seminario Avanzado de Matemáticas I Modelos de campo medio: propagación de caos y aplicaciones
Nombre en Inglés	

SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6		3		3

Requisitos	Carácter del Curso
MA4402 Simulación Estocástica / MA5402 Cálculo Estocástico / MA4401 Procesos de Markov, Autor.	Electivo de Licenciatura, Carrera, Magister y Doctorado.

Resultados de Aprendizaje
La metodología de evaluación consistirá en lecturas y exposiciones de parte de estos artículos y un informe final.

Metodología Docente	Evaluación General
• Clase expositiva	• Un mínimo de asistencia a clases exigido, una tarea, y una presentación final de un paper o lectura de literatura (que puede ser en grupos).

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
	El curso trata sobre modelos probabilistas de campo medio, temática que abarca una gran cantidad de modelos y tiene aplicaciones en física matemática, biología matemática, redes neuronales artificiales, teoría de juegos y finanzas, algoritmos estocásticos, entre otras áreas, además de conexiones matemáticas con (además de probabilidades y procesos estocásticos) EPD no lineales, optimización y control, y teoría de transporte óptimo de masa. Se darán bases probabilistas necesarias a medida que se requieran (de acuerdo a la audiencia). Se estudiará noción central de propagación de caos, introducida por Kaç en los 50's para buscar una justificación matemática de la ecuación de Boltzmann, como límite de sistemas microscópicos aleatorios en interacción, y que básicamente corresponde a la independencia asintótica de los elementos de un	

	sistema aleatorio intercambiable finito, cuando el tamaño de este tiende a infinito. Veremos en qué sentido esta propiedad generaliza la ley de grandes números, cómo se relaciona con resultados probabilistas clásicos del siglo XX, tales como el Teorema de De Finetti para vectores aleatorios intercambiables y el Teorema de Sanov (sobre "grandes desvíos" de una medida empírica de v.a. i.i.d) Además, de manera general, veremos como la propagación de caos permite justificar que familias importantes de EDPs de evolución no lineales (Vlasov-Fokker Planck, Navier-Stokes) aparecen matemáticamente como el límite de sistemas estocásticos Markovianos de partículas en interacción “de campo medio”, cuando el tamaño del sistema tiende a infinito. Veremos también cómo se puede “cuantificar” la propagación de caos, con ayuda de la teoría de transporte óptimo de masa, así como su relación con la entropía, y resultados recientes de propagación de caos cuantitativos para la ecuación de Boltzmann espacialmente homogénea. Finalmente, discutiremos aplicaciones en modelos biológicos (dinámica de poblaciones, redes de neuronas biológicas) y económicos (juesgos de campo medio) y veremos como esta propiedad ha ayudado a explicar matemáticamente, en los últimos 3 o 4 años, por qué las redes neuronal artifciales ampliamente usadas en aprendizaje de máquinas son tan efectivas en “aprender de manera generalizable”, cuando son entrenadas con algoritmos de optimización “en línea” como el gradiente estocástico.	

Bibliografía General
Bibliografía básica * Sylvie Méléard: Asymptotic Behaviour of Some Interacting Particle Systems; McKean-Vlasov and Boltzmann Models, volume 1627, pages 42–95. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1996.

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

* Alain-Sol Sznitman. Topics in propagation of chaos. In École d'Été de Probabilités de Saint-Flour
XIX—1989, volume 1464 of Lecture Notes in Math., pages 165–251. Springer, Berlin, 1991.

*Louis-Pierre Chaintron, Antoine Diez : Propagation of chaos: a review of models, methods and applications. I. Models and methods. arXiv:2203.00446

* Louis-Pierre Chaintron, Antoine Diez: Propagation of chaos: a review of models, methods and applications. II. Applications.
arXiv:2106.14812

Bibliografía complementaria tentativa:

* Roberto Cortez and Joaquin Fontbona: Quantitative Uniform Propagation of Chaos for Maxwell
Molecules. Communications in Mathematical Physics, 357(3):913–941

* José Antonio Carrillo, Young-Pil Choi, and Maxime Hauray. The derivation of swarming models:
Mean-field limit and Wasserstein distances. Collective Dynamics from Bacteria to Crowds, CISM Courses and Lect., volume 553, pages 1–46. Springer Vienna, Vienna, 2014.

*Song Mei, Andrea Montanari, Phan-Minh Nguyen, A mean field view of the landscape of two-layer neural networks. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 115 (2018), no. 33,

*Alain Bensoussan, Jens Frehse, , PhillipYam. Mean field games and mean field type control theory.
SpringerBriefs in Mathematics. Springer, New York, 2013

* Mireille Bossy, Joaquín Fontbona, Héctor Olivero, Synchronization of stochastic mean field networks of Hodgkin-Huxley neurons with noisy channels.
J. Math. Biol. 78 (2019), no. 6, 1771–1820.

Vigencia desde:	Primavera 2022
Elaborado por:	Joaquín Fontbona
Revisado por:	José Soto – Jefe Docente