

MA5801-1: Análisis Convexo y Dualidad**Profesor:** Alejandro Jofré**Auxiliar:** Nicolás Toro

Auxiliar 6

P1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(x) - x, & \text{si } x \geq 0 \\ \infty, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Calcule los subdiferenciales $\partial f(x)$ y $\partial f(1)$

P2. Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ una función propia y cerrada (en el sentido que sus subniveles son conjuntos cerrados). Pruebe que

$$y \in \partial f(x) \iff x \in \partial f^*(y)$$

P3. Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función conexa tal que para $\bar{x} \in \text{dom}(f)$ se tiene que $\partial f(\bar{x}) \neq \emptyset$. Caracterice el conjunto $\text{recc}(\partial f(\bar{x}))$.

Recuerde que para $X \subseteq \mathbb{R}^n$, se define $\text{recc}(X)$ como

$$\text{recc}(X) = \{d \in \mathbb{R}^n \mid x + \alpha d \in X, \forall x \in X, \forall \alpha \geq 0\}$$