

MA5801-1: Análisis Convexo y Dualidad

Profesor: Alejandro Jofré

Auxiliar: Nicolás Toro



Auxiliar 3

P1. Sea E Banach de dimensión infinita. Demuestre que existe una función $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ que cumpla simultáneamente lo siguiente:

- f es convexa
- f es Gateux diferenciable en 0
- f es s.c.i. en 0
- f no es continua en 0

P2. Sean $C \subset \mathbb{R}^n$ cerrado, convexo y $D \subset \mathbb{R}^n$ compacto convexo.

- a) Demuestre que $D - C$ es cerrado y convexo
- b) Deduzca que si además D y C son disjuntos, entonces existe $a \in \mathbb{R}^n$, $a \neq 0$, tal que

$$\inf_{x \in D} \langle a, x \rangle > \sup_{y \in C} \langle a, y \rangle$$

Interprete geoméricamente

- c) De un ejemplo o contraejemplo de la parte anterior, para los conjuntos:

$$D = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 > 0, x_1 x_2 \geq 1\}, \quad C = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 = 0\}$$

Justifique