

MA2002-7 Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Profesor: Alexis Fuentes

Auxiliares: Vicente Salinas

Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl



Auxiliar 17: Repaso Series y Holomorfas

30 de noviembre de 2022

P1. Calcule los radios de convergencias de las siguientes series:

$$a) \sum_{n \geq 0} (n + a^n) z^n$$

$$c) \sum_{n=0}^{\infty} n^2 (z + 2)^{2n}$$

$$b) \sum_{n \geq 0} n! (z - i)^{n!}$$

$$d) \sum_{n=0}^{\infty} (8 + (-1)^n)^n z^n$$

P2. Verifique que la función $f(x, y) := \begin{cases} \frac{x+1+iy}{x+iy} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ cumple Cauchy-Riemann para $(x, y) \neq (0, 0)$.
¿Es holomorfa?

P3. Encuentre la serie de potencias centrada en 0 para $f(z) = \frac{z}{(1-z)^2}$ y para $g(z) = \frac{z^2}{(1+z)^2}$.

P4. Considere la serie de potencias $\sum_{k \geq 0} a_k z^k$ definida por:

$$a_k := \begin{cases} 2i & \text{si } k \text{ es par} \\ e^{ik\frac{\pi}{2}} & \text{si } k \text{ es impar} \end{cases}$$

a) Determine su radio de convergencia R .

b) En el caso $|z| < R$ compruebe que $\sum_{k \geq 0} a_k z^k = \left(\frac{2 + z + 2z^2 - z^3}{1 - z^4} \right) i$

Indicación: Escriba la serie como suma de dos series geométricas del tipo $\sum a_{2k} z^{2k} + \sum a_{2k+1} z^{2k+1}$