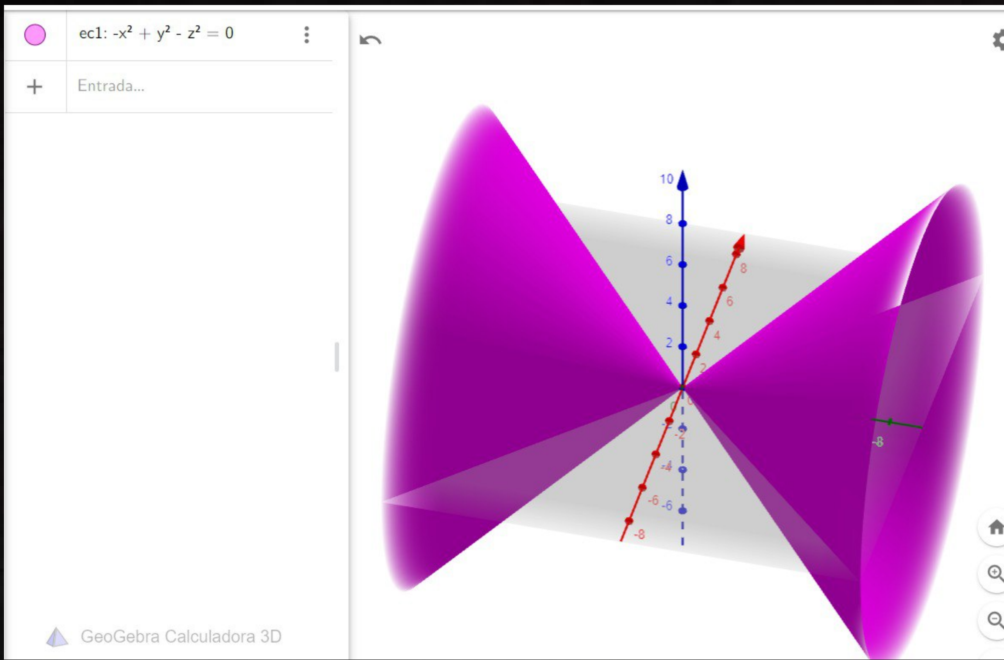
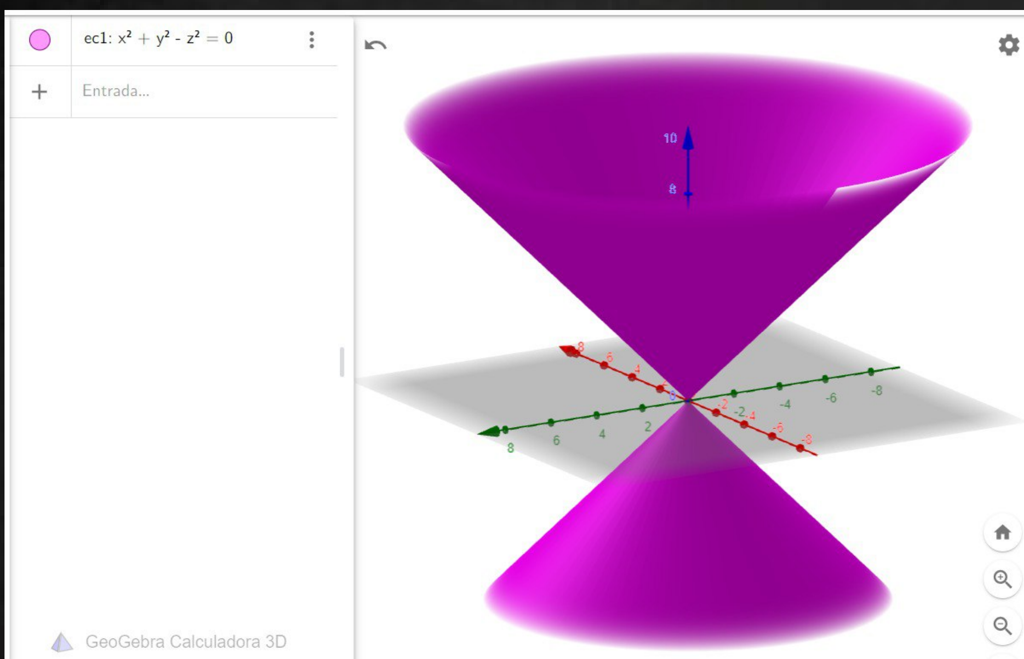
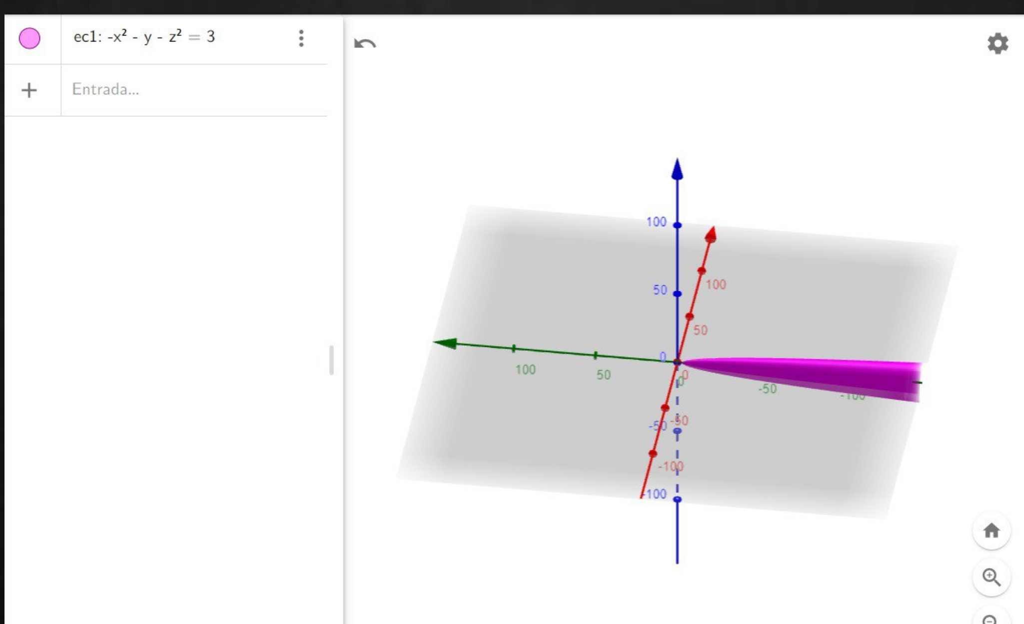


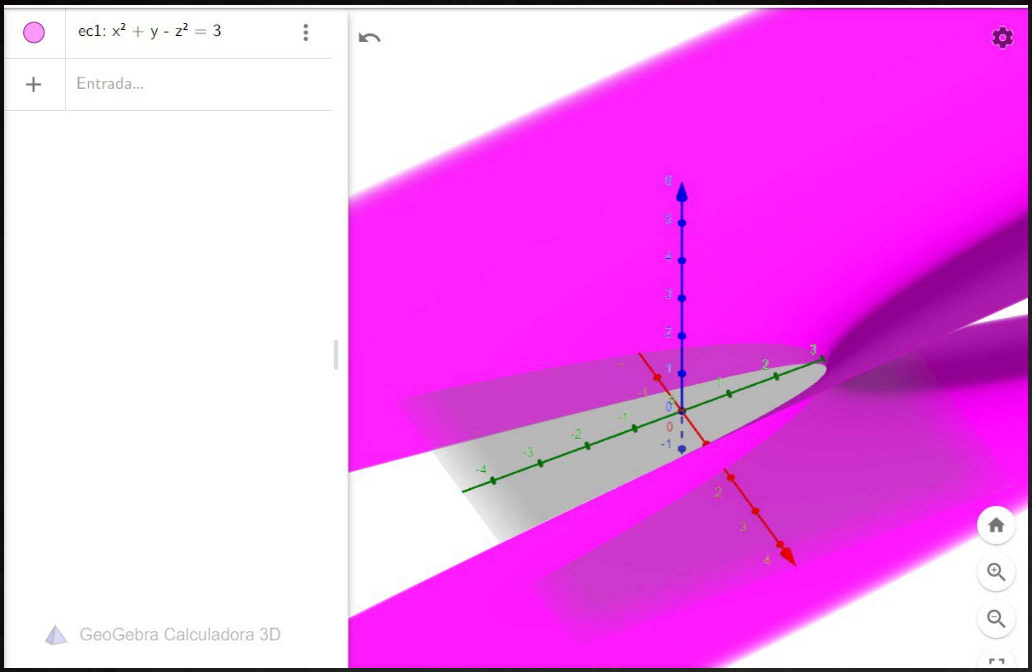
Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

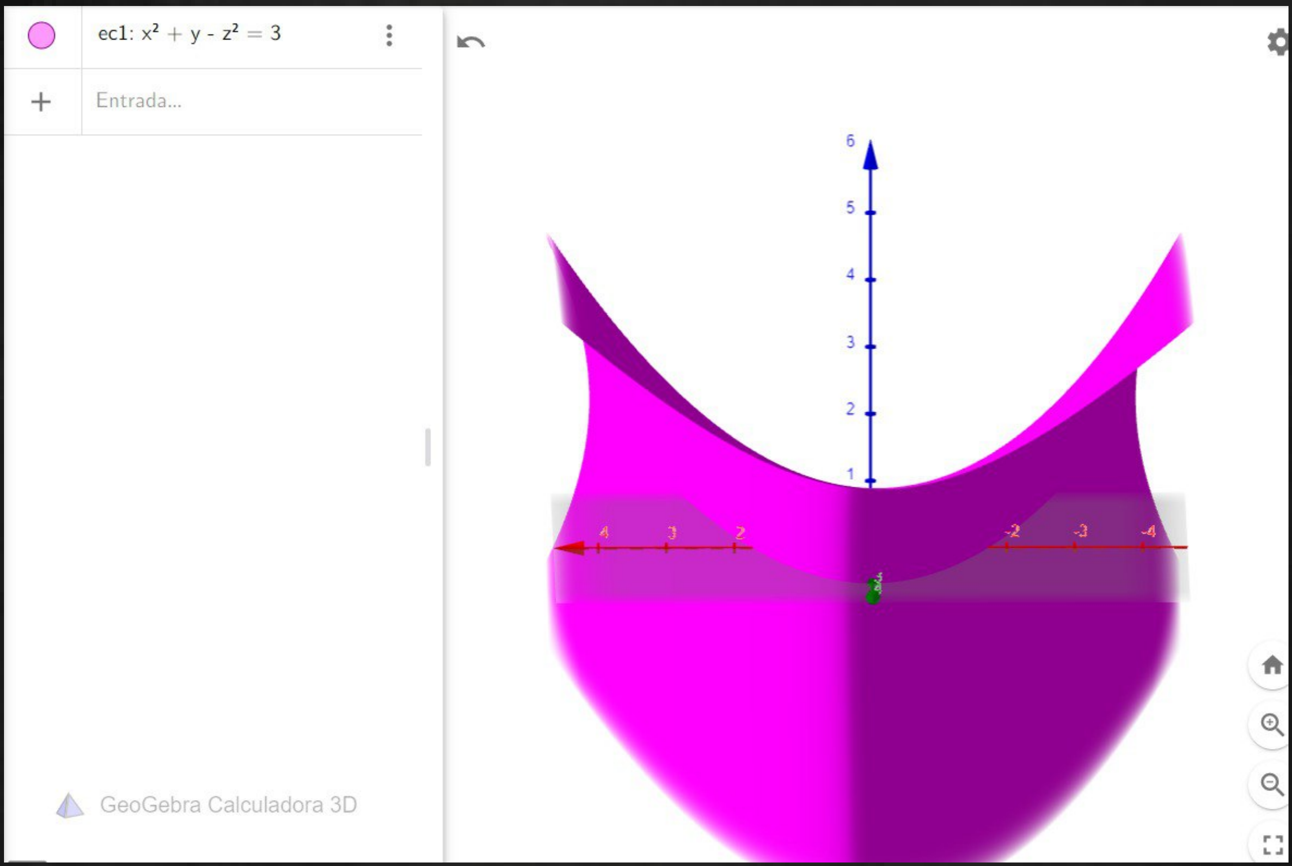
Si no hay traslación de cte es cono, si la hay es paraboloide

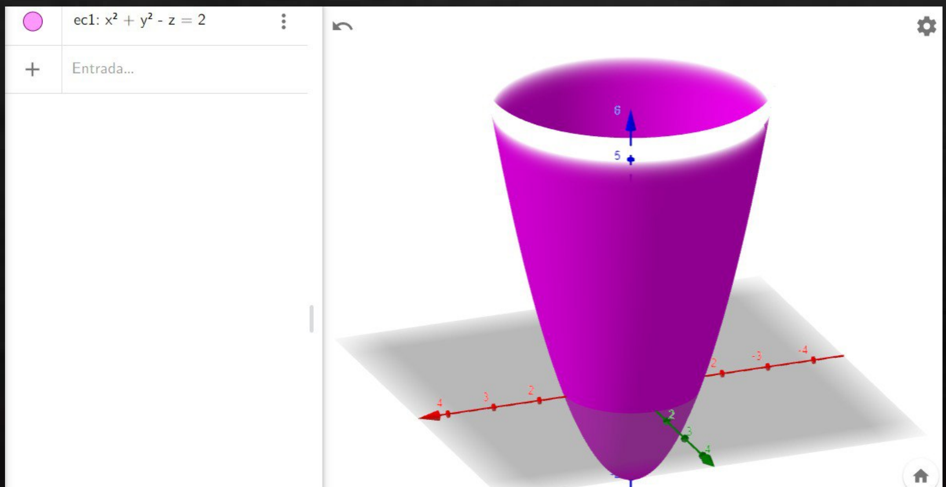




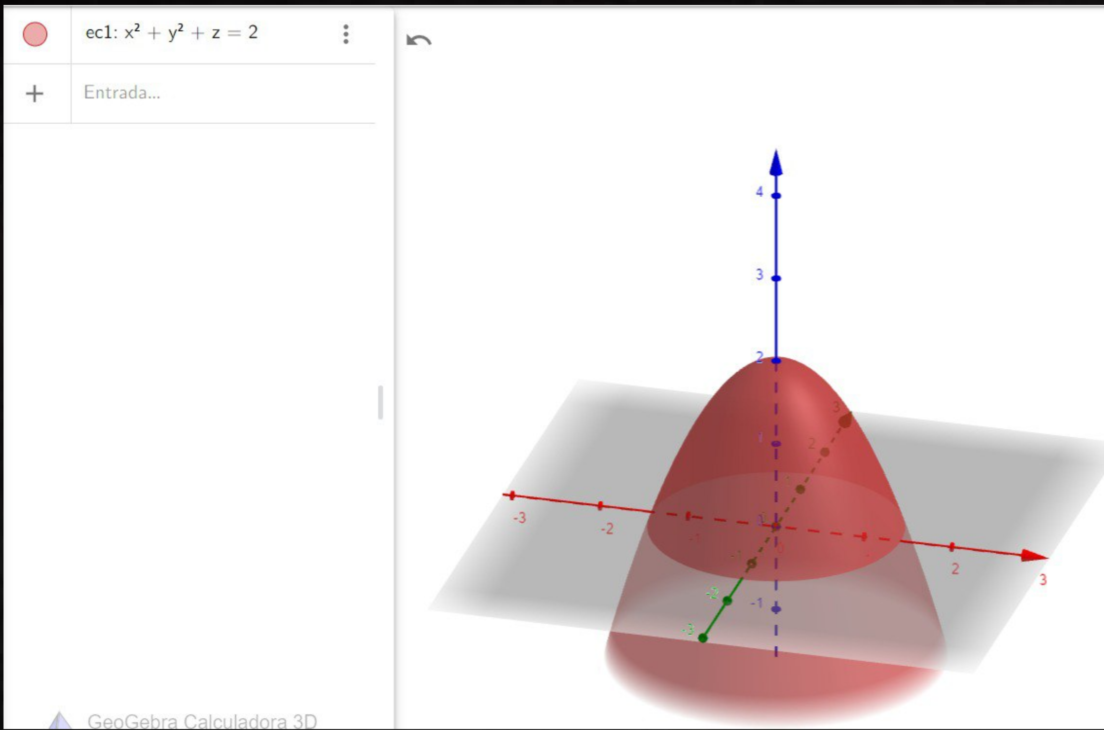
Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

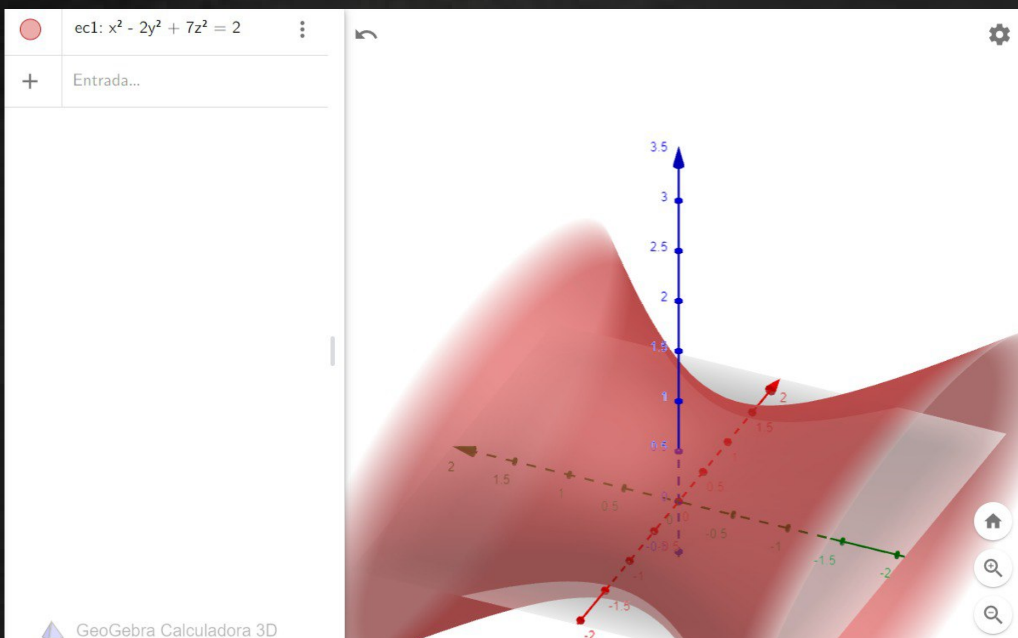


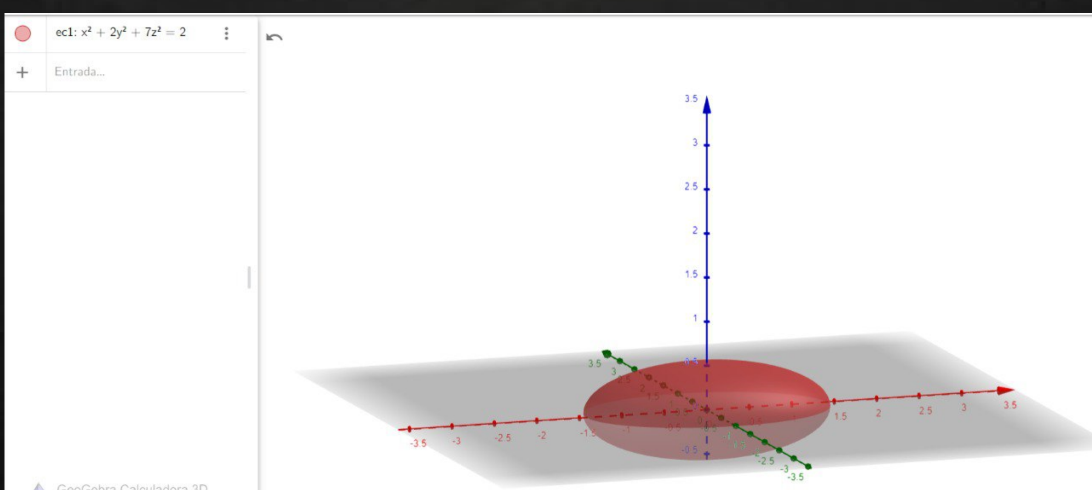




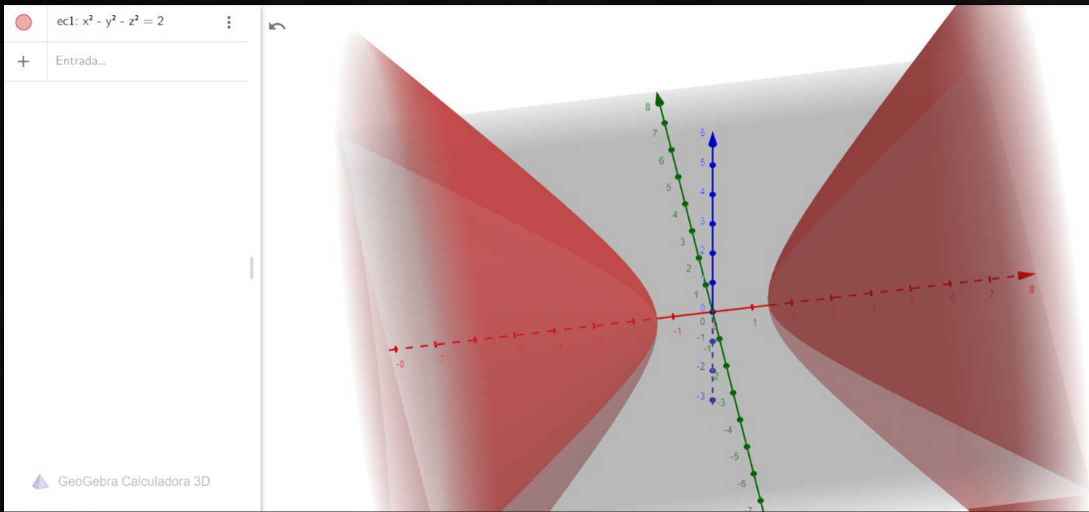
fcfm Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

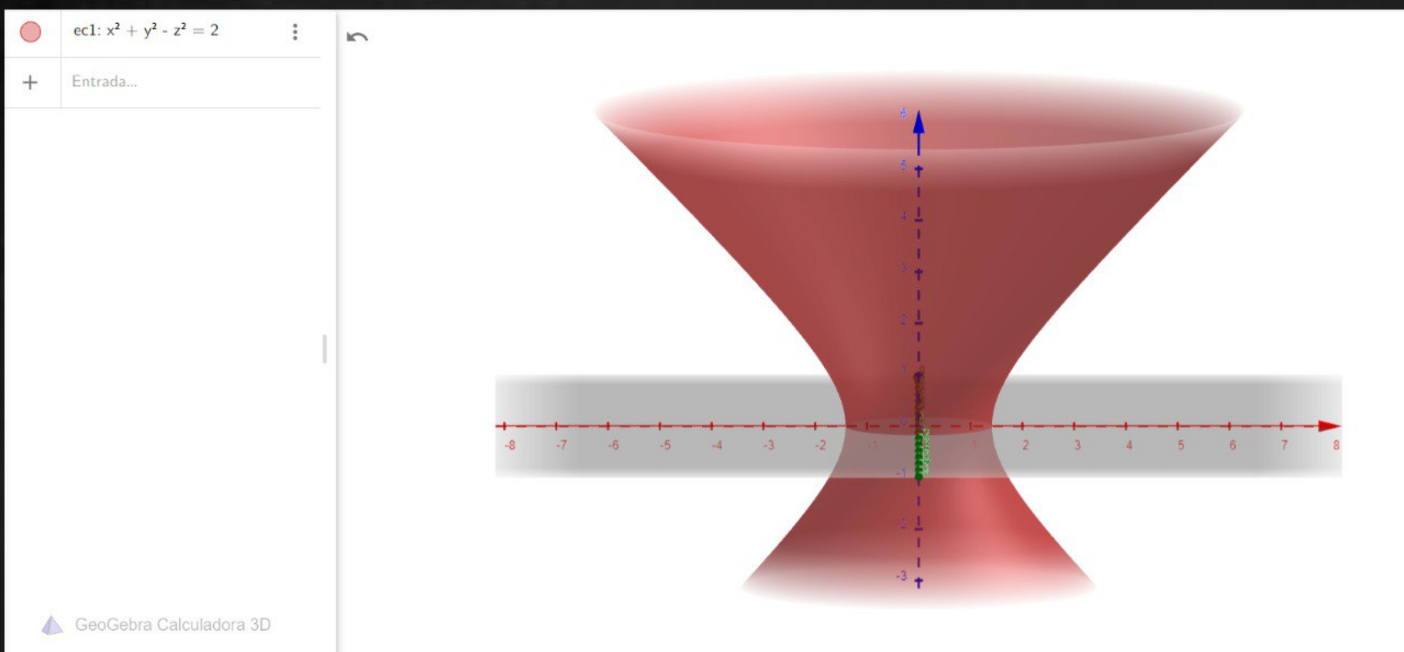


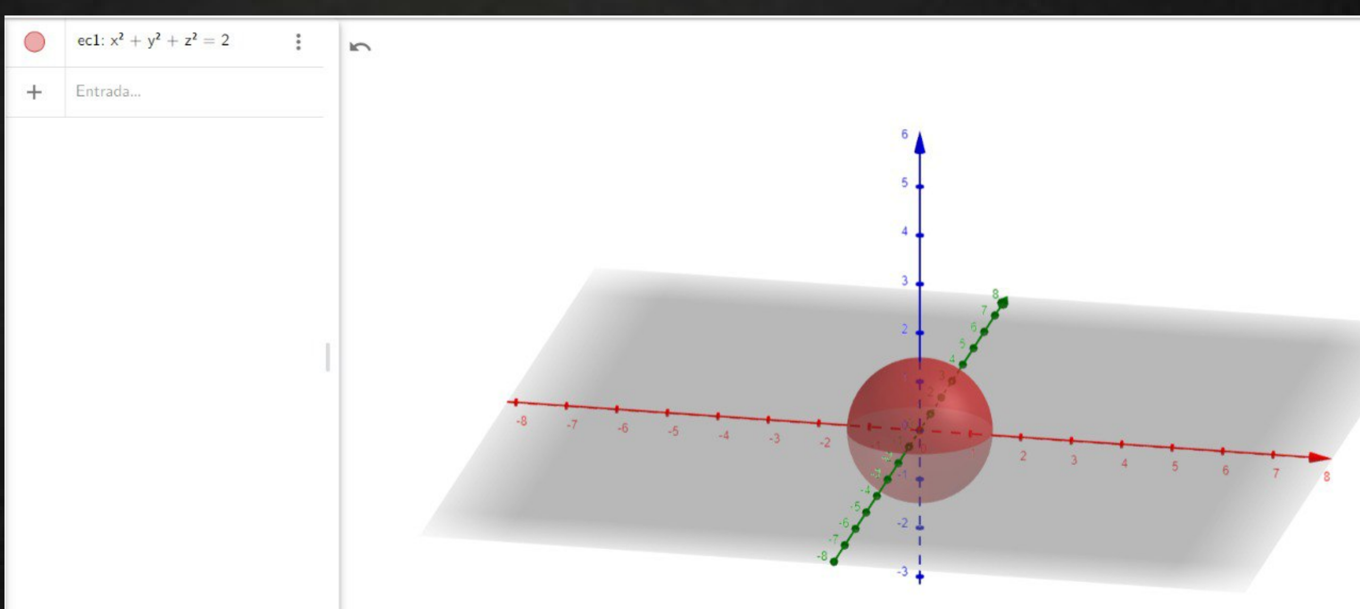




fcfm Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE





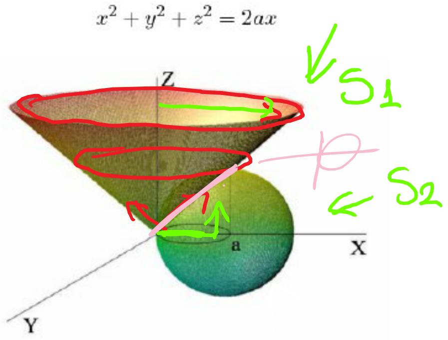


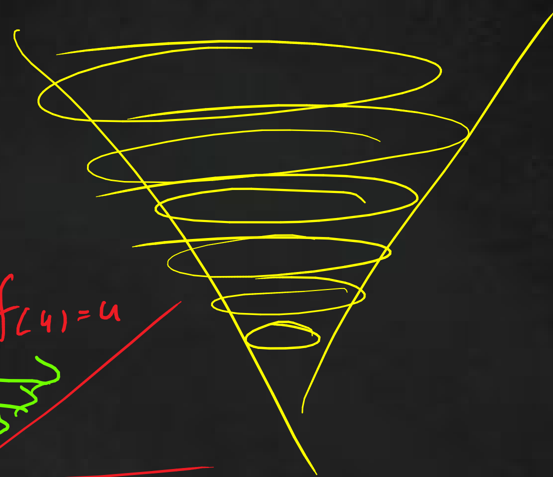
P5.- Calcule el área de la porción de superficie cónica

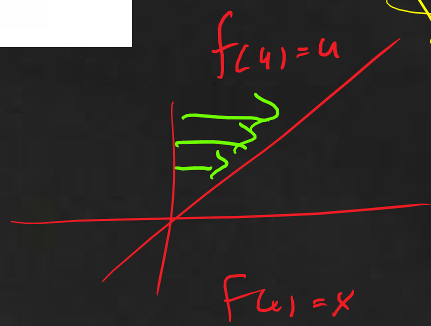
$$x^2+y^2=z^2 \rightarrow \text{elipsoide.}$$

situada por encima del plano $z=0$ y limitada por la esfera

$$x^2+y^2+z^2=2ax$$

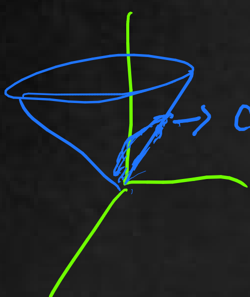






$x^2+y^2=\rho^2=z^2$

$0<\rho=z$ identidad



corte esfera.

1) $x^2+y^2+z^2=2ax$ esfera

2) $x^2+y^2-z^2=0$

1) + 2) $\Rightarrow 2x^2+2y^2=2ax$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=ax$

(Completación cuadradito)

$(c+d)^2=c^2+2cd+d^2$

$\Leftrightarrow x^2-ax+0+y^2=0$

$c=x \Rightarrow x^2+$

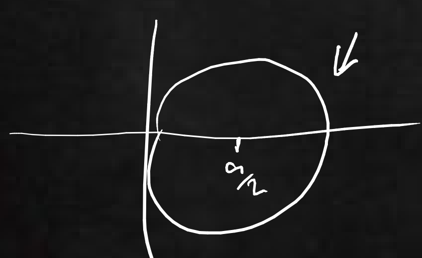
$\Leftrightarrow \underbrace{x^2-ax+\frac{a^2}{4}}-\frac{a^2}{4}+y^2=0 \Rightarrow 2cd=-ax$

$2d=-a$

$d=-\frac{a}{2}$; $0=d^2-d^2$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{a}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

Esto es la intersección entre superficies



yo definiré

$D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ \left(x-\frac{a}{2}\right)^2+y^2\le\frac{a^2}{4}\right\}$ φ

$D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 , \ (x - \frac{a}{2})^2 + y^2 \leq \frac{a^2}{4} \}$

Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

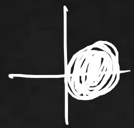
$S = r(D)$ $\quad x^2 + y^2 = z^2$ $\quad$ Enunciado $\Rightarrow$ $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r(x,y) = (x, y, z = \sqrt{x^2+y^2})$

[Área]: El Área de una superficie S viene dada por:

$$A(S) = \iint_S dS = \iint_D \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial u}(u,v) \times \frac{\partial \varphi}{\partial v}(u,v) \right\| du dv$$

$\forall x,y \in D$



$\rightarrow$ radio $\frac{a}{2}$.

$$A(s) = \iint_S ds = \iint_D \| r_x \times r_y \| du dv$$

$$r(x,y) = (x, y, \sqrt{x^2+y^2})$$

$$\Rightarrow r_x = \left(1, 0, \frac{1 \cdot 2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}\right) \Rightarrow r_x \times r_y = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 0 & \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ 0 & 1 & \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{vmatrix}$$

$$r_y = \left(0, 1, \frac{1 \cdot 2y}{2\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$\Rightarrow r_x \times r_y = -\hat{\imath} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - \hat{\jmath} \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \hat{k} \cdot 1$$

$$\| r_x \times r_y \| = \sqrt{\cancel{\frac{x^2}{x^2+y^2} + \frac{y^2}{x^2+y^2}}^{\,1} + 1} = \sqrt{2}$$

$$= \| r_x \times r_y \|$$

$r(x,y) = (x, y, \sqrt{x^2+y^2})$ $\quad$ pasemos a polares ; ρ factor de escala

$$\iint_D \sqrt{2} \, du dv$$

$\theta \in [0, 2\pi]$

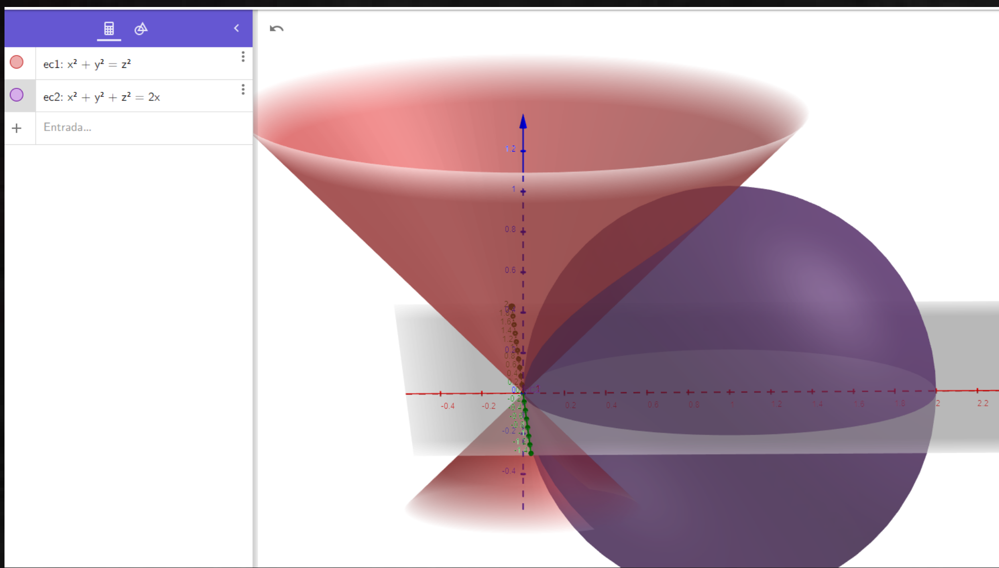
$$= \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^{2\pi} \sqrt{2} \cdot \rho \, d\theta \, d\rho \quad \downarrow \text{fubini} \quad \rho \in [0, \tfrac{a}{2}] \quad \boxed{h_\rho h_\theta h_\phi = \| r_u \times r_v \|}$$

$$= \sqrt{2} \int_0^{a/2} \rho \, d\rho \int_0^{2\pi} d\theta = \sqrt{2} \frac{\rho^2}{2} \Big|_0^{a/2} \cdot \theta \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{a^2}{4} \pi \sqrt{2}$$

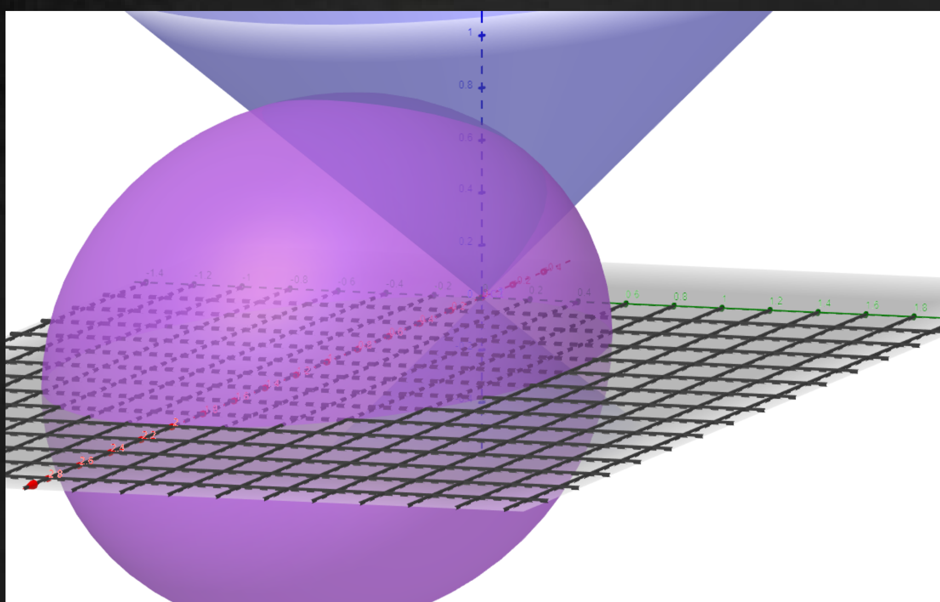
8

Lo que calculamos es la superficie de intersección



superficie del volumen de intersección

parte inferior de $x^2+y^2=z^2$ //



-Otra cara para poder ver la superficie.

Para superficies receta del chaff finguini

1) Identificar ecuaciones y superficies

2) intersectar para encontrar D, conjunto donde trabajaré.

3) Recordar $\iint_S f\,ds = \iint_D f(r)\,\underbrace{\|r_u \times r_v\|}\,du\,dv$

4) Calcular $\|r_u \times r_v\|$

5) Reemplazar, integrar (Fubini)

Pueden variar

6) Cambio de variable (Coordenadas) para que sea más fácil

7) Evaluar, interpretar

8) Ir por una cerveza, pues se acabó.