Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Fabián Sepúlveda Soto

Auxiliar Extra

07 de Diciembre de 2022

P1.- a) Sea $u \in \mathcal{C}^1(\Omega')$ donde $\Omega \cup \partial\Omega \subseteq \Omega'$ y $\partial\Omega$ es una superficie regular por trozos. Pruebe que

$$\iiint_{\Omega} (u\triangle u + |\nabla u|^2) dV = \iint_{\partial\Omega} u\partial_n u dS$$

b) Considere el siguiente campo vectorial

$$\vec{F}(x,y,z) = (xz + e^{z^2}, z - z^2 - 2, z^2 + y)$$

Calcule el flujo que atraviesa la superficie del sólido Ω delimitado por

$$\partial\Omega = \{x^2 + y^2 - 1 = 0\} \cup \{z = 2 - y\} \cup \{z = 0\}$$

c) Considere las superficies dadas por

$$\Sigma_1 = \{x^2 + y^2 + (z-2)^2 - 9 = 0, z > 2\}$$

$$\Sigma_2 = \{x^2 + y^2 - 9 = 0, z \in [1,2]\}$$

Calcule la siguiente integral de flujo

$$\iint_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} (2yz\hat{y} - z^2\hat{z}) \cdot \hat{n} dS$$

P2.- a) Calcule la integral

$$\oint_{|z|=R} \frac{e^z}{z(1-e^{-z})} dz$$

para $R = \pi$ y $R = 3\pi$

b) Calcular

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + \frac{1}{2}cos(2\theta)}$$

c) Demuestre mediante la fórmula de residuos la siguiente integral

$$\int_0^{\infty} \frac{t^m}{t^n + 1} dt = \frac{\pi}{nsin(\frac{\pi(m+1)}{n})}$$

donde $m, n \in \mathbb{Z}$ y $n - m > 2$

P3.- a) Considere el dominio $\Omega = [0, \pi] \times \mathbb{R}_+$ y el siguiente sistema

$$\begin{cases} \partial_t u = \partial_{xx} u + sin(x), (x, t) \in \Omega \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \forall t \in \mathbb{R}_+ \\ u(x, 0) = 1 - x, \forall x \in [0, \pi] \end{cases}$$

que corresponde a una distribución de temperatura dada por calefactores puestos de forma periódica. Resuelva el sistema mediante separación de variables.

b) Calcule las transformada de Fourier de las siguiente función

$$f(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \frac{H(k - 1/k) - H(k + 1/k)}{k^2 + 1}$$