Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Fabián Sepúlveda Soto

Auxiliar 13

16 de Noviembre de 2022

P1.- Usando la función

$$f(x) = \begin{cases} x, x \in [0, \pi] \\ 0, x \in [-\pi, 0] \end{cases}$$

utilizar la propiedad de convergencia de las series de Fourier para demostrar que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

P2.- a) Demuestre que si definimos

$$f : (0, \pi] \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = cos(x)$$

entonces

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\pi} \frac{n}{4n^2 - 1} sen(2nx)$$

b) Use los teoremas de convergencia de series de Fourier para demostrar que

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{16} = \frac{1}{2^2-1} - \frac{3}{6^2-1} + \frac{5}{10^2-1} ...$$

P3.- Calcule las transformadas de Fourier de las sguienter funciones

a)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, x > 0 \\ 0, x < 0 \end{cases}$$

b)

$$g(x) = \begin{cases} k, |x| < a \\ 0, |x| > a \end{cases}$$

En lo que sigue, identificaremos la transformada de Fourier de la función constante de la siguiente manera

$$\hat{L} = 2L\pi\delta(s)$$

P4.- a) Usando la definición de transformada de Fourier demuestre la identidad de Plancherel

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(y)g(\bar{y})dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(s)\bar{\hat{g}}(s)ds$$

b) Con lo anterior, demuestre la identidad de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(y)|^2 dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(s)|^2 ds$$