Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Fabián Sepúlveda Soto

Auxiliar 10

19 de Octubre de 2022

P1.- Sabemos que para un número complejo distintio de $z = 0$ puede ser descrito como $z = re^{i\theta}$ en su forma polar.

Definamos la función logaritmo de la siguiente manera

$$log : \mathbb{C} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{C}$$

$$log(z) = ln(r) + i\theta$$

con $\theta \in]-\pi, \pi]$, la cual es holomorfa en $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$.

a) Considere el disco centrado e el origen de radio R con orientación antihoraria y calcule su integral de linea

b) ¿El resultado anterior contradice el teorema de Goursat?

P2.- a) Considere $u(u, v)$ una función armónica y definamos

$$v(x, y) = \int_0^y \partial_x u(x, t)dt - \int_0^x \partial_y u(s, 0)ds$$

Muestre que $f(x, y) = u(x, y) + iu(x, y)$ es holomorfa en $\mathbb{C}$

b) Considere $u(x, y) = xsin(x)cosh(y) - ycos(x)sinh(y)$. Encuentre $v(x, y)$ tal que $f(x, y) = u(x, y) + iu(x, y)$ sea holomorfa en $\mathbb{C}$.

P3.- Considere la fución a valores complejos definida por

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{1 + z}$$

y $1 > b > 0$. Utilice el teorema de Goursat y un dominio rectangular adecuado para demostrar que

a)

$$\int_0^\infty cos(t)[\frac{(1+t)(1-e^b)}{((1+t)^2+b^2)} + \frac{b^2}{(1+t)((1+t)^2+b^2)}] - sin(t)\frac{be^{-b}}{((1+t)^2+b^2)}dt + \int_0^b e^{-t}ln(1+t^2)dt$$

$$= \frac{1}{2}e^{-b}ln(1+b^2)$$

b)

$$\int_0^\infty sin(t)[\frac{(1+t)(1-e^b)}{((1+t)^2+b^2)}+\frac{b^2}{(1+t)((1+t)^2+b^2)}]+cos(t)\frac{be^{-b}}{((1+t)^2+b^2)}dt=\int_0^b\frac{e^{-t}}{1+t^2}dt$$