

Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Fabián Sepúlveda Soto



Auxiliar 9

12 de Octubre de 2022

P1.- Encuentre los radios de dominios de convergencia para las siguientes series de potencias

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n z^n$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$$

P2.- Calcular las siguientes integrales de línea en el plano complejo i)

$$\int_L \operatorname{Re}(z) dz$$

ii)

$$\int_L z^2 dz$$

iii)

$$\int_L \frac{dz}{z}$$

con curvas simples mediante las siguientes parametrizaciones descritas

- a) La curva L partirá en $z = 1$, luego subirá verticalmente hasta $z = 1 + i$ y luego irá horizontalmente hasta $z = i$
- b) L corresponde a un cuarto de círculo recorrido en sentido antihorario que parte en $z = 1$ y termina en $z = i$
- c) L corresponde a una recta que une $z = 1$ y $z =$

P3.- Sea $f \in H(\mathbb{C})$

a) Demuestre que para $\theta_0 \in]0, 2\pi[$ si se tiene que

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^\infty |f(Re^{i\theta})| d\theta = 0$$

entonces

$$e^{i\theta_0} \int_0^\infty f(te^{i\theta_0}) dt = \int_0^{2\pi} f(t) dt$$

b) Pruebe que para $f(z) = e^{-z^2}$ la hipótesis de a) se cumple para $\theta_0 \in]0, \frac{\pi}{4}[$

c) Sabiendo que

$$\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

encuentre el valor de las siguientes integrales

$$\int_0^\infty e^{-x^2} \cos(x^2) dx$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} \sin(x^2) dx$$

P4.- Considere $f(z) = e^{-z^2}$ y $b > 0$. Demuestre que

$$e^{-b^2} \int_0^\infty e^{-t^2} dt = \int_0^\infty e^{-t^2} \cos(2bt) dt$$

y

$$e^{-b^2} \int_0^b e^{t^2} dt = \int_0^\infty e^{-t^2} \sin(2bt) dt$$