

Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Fabián Sepúlveda Soto



Auxiliar 6

21 de Septiembre de 2022

P1.- Suponga que usted está trabajando en el área de ingeniería hidráulica para establecer el campo de velocidades de un flujo generado por un sistema de fuentes, y obtiene el siguiente resultado para $\vec{v}$ expresado en coordenadas cilíndricas

$$\vec{v}(\rho, \phi, z) = \rho e^{-\alpha\rho} e^{-\lambda z^2} \hat{\phi} + \varepsilon z e^{-\beta z^2} e^{-\gamma \rho^2} \hat{z}$$

donde $\alpha, \lambda, \beta, \gamma > 0$, $\varepsilon \geq 0$ y $x \in \mathbb{R}^3$

a) Calcule el rotor de este campo vectorial. En Mecánica de Fluidos, el rotor del campo de velocidades se le denomina $\vec{\omega}$ vorticidad, que da cuenta como el campo de velocidades rota en torno a los ejes que este presenta. ¿Qué interpretación entonces tendría el cálculo anterior? ¿Es un campo conservativo?

b) Calcule la circulación a través de las siguientes curvas simples

$$\Gamma_1 = \{\rho = R, \phi \in [0, 2\pi], z = h\}$$

$$\Gamma_2 = \{\rho \in [0, R], \phi = 0, z = 0\} \cup \{\rho = R, \phi = 0, z \in [0, h]\}$$

$$\cup \{\rho \in [0, R], \phi = 0, z = h\} \cup \{\rho = 0, \phi = 0, z \in [0, h]\}$$

¿Qué ocurre si $h \rightarrow \infty$ y $R \rightarrow \infty$? ¿Qué significan estos resultados?

c) Calcule la divergencia de este campo.

d) Calcule el flujo que pasa a través de la superficie de un cilindro de radio $\rho = R$ y $z = h$. ¿Se cumple la ley de Gauss en este caso?

e) Ahora, se sabe de Mecánica de Fluidos, que para un flujo incompresible (por ejemplo un fluido que tenga densidad constante uniforme) que $\nabla \cdot \vec{v} = 0$. ¿Cómo cambian las respuestas anteriores con esta nueva información? ¿debería ocurrir con la constante ε ?