Profesor: Juvenal Letelier
Auxiliar: Fabián Sepúlveda Soto

Auxiliar 5

07 de Septiembre de 2022

P1.- Considere la siguiente función

$$\Phi_\alpha(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^{-\alpha r}}{r}(1+\frac{\alpha r}{2})$$

la cual corresponde a un potencial electrostático en coordenadas esféricas. En la expresión anterior q corresponde a una carga puntual positiva ubicada en el origen de coordenadas y ϵ_0 la permitividad del vacío.

a) Calcule el campo eléctrico $E_\alpha(\vec{x}) = -\nabla\Phi_\alpha(\vec{x})$ en coordenadas esféricas.

b) Calcule $\nabla \cdot E_\alpha$ usando la divergencia en coordenadas esféricas. Para $\alpha = 0$ verifique su resultado para $\iiint_{\mathbb{R}^3} \nabla \cdot E_0 dv = \lim_{\rho\longrightarrow\infty} \oiint_{\partial B(0,\rho)} E_0 \cdot \hat{n} dS$, donde $B(0,\rho)$ es una esfera de radio ρ con centro en el origen. Discuta la validez de este teorema en este caso particular.

c) Calcule la siguiente integral de flujo

$$\oiint_{\partial B(0,\rho)} E_0 \cdot \hat{n} dS.$$

¿Es satisfecha la ley de Gauss del electromagnetismo?

d) Calcule la siguiente integral de volumen

$$\iiint_{\mathbb{R}^3} \epsilon_0 \nabla^2 \Phi_\alpha dv$$

¿Qué implicancias físicas tiene este resultado?