

Auxiliar 3

Profesor: Juvenal Letelier

Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Considere los campos vectoriales $\mathbf{F}, \mathbf{G} : \Omega \subseteq \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, cada uno de clase C^2 , y los campos escalares $\psi, \varphi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ también de clase C^2 . Demuestre las siguientes identidades

- (a) $\nabla \cdot (\psi \mathbf{F}) = \psi \nabla \cdot \mathbf{F} + (\nabla \psi) \cdot \mathbf{F}$
- (b) $\nabla^2(\psi \varphi) = \psi \nabla^2 \varphi + \varphi \nabla^2 \psi + 2 \nabla \psi \cdot \nabla \varphi$
- (c) $\nabla \cdot (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{G} - (\nabla \times \mathbf{G}) \cdot \mathbf{F}$
- (d) $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) = 0$

P2. Considere un campo vectorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que en coordenadas cilíndricas está dado por la expresión

$$\mathbf{F}(r, \phi, z) = zr\hat{\mathbf{r}} + r^2\hat{\mathbf{z}}. \quad (1)$$

Dada una curva Γ mostrada en la Figura 1 se le pide calcular el trabajo que realiza $\mathbf{F}$ en Γ usando

- (a) Integrales de camino
- (b) Teorema de Stokes

Discuta sobre la validez de lo calculado en (b).

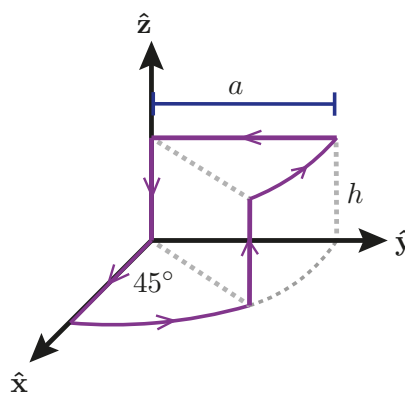


Figure 1: Curva Γ