MA1102-6 Álgebra lineal
Profesor: Martín Matamala
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 10: Aún más transformaciones lineales

24 de octubre de 2022

P1. Hacemos cosas difíciles Sean $U = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ y $V = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$, Definimos la siguiente aplicación:

$$T : U \to V \qquad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto a + b + c + (a - d)x + (b + c + d)x^2$$

Considere:

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\gamma = \{1 + x, 1 - x, x^2\}$$

Bases de U y de V respectivamente.

a) Muestre que T es lineal.

b) Encuentre bases de ker(T) e Im(T).

c) Dado $p(x) = r + sx + tx^2$, escribalo en las coordenadas de γ y encuentre la matriz de pasaje de la base canónica a γ.

d) Dada una matriz $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, escribalo en las coordenadas de β y encuentre la matriz de pasaje de la base canónica a β.

e) Encuentre $M_{\gamma\beta}(T)$, la matriz representante de T para β y γ como producto matricial.

f) Encuentre la matriz explícitamente **sin calcular el producto de las matrices**

P2. La unión hace la fuerza Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ y considere una base B de $\mathbb{R}^3$ tal que

$$\forall b \in B \quad Tb \in \langle \{b\} \rangle$$

Encuentre la matriz $M_{BB}(T)$.

P3. Cositas multivariadas

a) Considere la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -29 & 8 & 30 & 19 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcule su rango.

b) Encuentre una base de $\mathrm{Im}(T)$, con $T : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^2$ dada en las bases canónicas por la matriz dada en a).