MA1102-6 Álgebra lineal
Profesor: Martín Matamala
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 7: Salvese quien pueda (C1)

5 de octubre de 2022

P1. Recordemos cómo matraquear matrices

a) Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ tal que $A^2 + A^3 + A^4 + 2I = 0$. Pruebe que A es invertible y encuentre A^{-1}.

b) Sean $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R})$ y $B \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{R})$ tales que $AB = I \in \mathcal{M}_{m\times m}$. Pruebe que $A^T x = 0 \iff x = 0 \in \mathbb{R}^m$

P2. Sistemitas como antaño Considere el siguiente sistema lineal:

$$x_1 - \frac{\alpha}{2}x_3 - x_4 = 0\alpha x_1 + x_2 = 0x_1 + x_2 + \frac{\alpha}{2}x_3 = 1x_2 + \alpha x_3 + x_4 = \alpha$$

Donde $\alpha \in \mathbb{R}$ es un parámetro.

a) Escriba y escalone la matriz del sistema.

b) Estudie las soluciones del sistema en base al valor de α y rsuelvalo en los casos en que sea posible.

P3. Creo que necesitamos darnos un espacio Consideremos $\mathcal{S}_2$ como el conjunto de matrices simétricas de 2×2, que es un sev de $\mathcal{M}_{2\times 2}$. Sea:

$$\mathcal{B} := \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \right\}$$

Con $\alpha \in \mathbb{R}$ un parámetro.

a) Determine los valores de α para los cuales $\mathcal{B}$ es base de $\mathcal{S}_2$.

b) Muestre que $\mathcal{M}_{2\times 2} = \mathcal{S}_2 \bigoplus \mathcal{T}$, donde

$$\mathcal{T} := \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 29 & 0 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$$