MA1102-3: Álgebra Lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliares: Nicolás Toro

Auxiliar 10

P1. **a)** Sean V, W espacios vectoriales sobre $\mathbb{R}$, $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\} \subset V$, $\mathcal{A} = \{w_1, w_2, w_3, w_4\} \subset W$ bases de estos espacios vectoriales. Sea $T : V \to W$ una transformación lineal cuya matriz representante en estas bases es:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

i) De una expresión de $T(3v_1 + 2v_2 - v_3)$ en función de w_1, w_2, w_3, w_4. Cuales son las coordenadas de $T(3v_1 + 2v_2 - v_3)$ en la base $\mathcal{A}$

ii) Pruebe que $\ker(M) = \{0\} \subset \mathbb{R}^3$. Demuestre que $\ker(T) = \{0\} \subset V$. Hallar una base de la imagen de T.

b) Considere las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estudie si A, B son matrices invertibles. Pueden ser A y B matrices representantes de una misma transformación lineal L con respecto a distintas bases?

P2. Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal tal que:

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Encuentre la matriz representante de T, es decir, una matriz A tal que $T(x) = Ax$ para todo $x \in \mathbb{R}^2$. Encuentre el rango de T.