**MA1102-3:** Álgebra Lineal
**Profesor:** Alejandro Maass
**Auxiliares:** Nicolás Toro

# Auxiliar 5

**P1.** Verifique si los siguientes espacios son espacios vectoriales:

**a)** $\mathcal{P}_n = \{p = a_n x^n + ... + a_1 x + a_0 \mid a_i \in \mathbb{R},\ \forall i = 0, ..., n\}$ con la suma y multiplicación escalar usual.

**b)** $\mathcal{M}_{mn} =$ las matrices de $m \times n$ con la suma de matrices y multiplicación escalar usual.

**c)** $\mathcal{F}_0 = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) \neq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}\}$ con la suma y multiplicación escalar usual.

**d)** El conjunto solución del sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

con la suma y multiplicación escalar usual.

**e)** $P = \{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \mid a, b \geq 0\}$ con la suma y multiplicación escalar usual.

**P2.** Considere el $V$ un espacio vectorial y $V_1, V_2$ subespacios vectoriales de $V$. Pruebe que:

**a)** $V_1 \cap V_2$ es s.e.v. de $V$

**b)** $V_1 + V_2$ es s.e.v. de $V$

**P3.** Considere el conjunto:

$$E = \{A \in \mathcal{M}_{nn} \mid \exists k \in \mathbb{R},\ \sum_{i=1}^{n} a_{ij} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = k,\ \forall i, j \in \{1, ..., n\}\}$$

Considere ahora el conjunto $E_0$ definido como:

$$E_0\ \{A \in \mathcal{M}_{nn} \mid \sum_{i=1}^{n} a_{ij} = \sum_{j=1}^{n} = 0,\ \forall i, j \in \{1, ..., n\}$$

Pruebe que $E_0$ es un s.e.v. de $E$

**P4.** Sea $V$ el espacio vectorial de las matrices de $n \times n$ y $M \in V$ una matriz fija. Consideremos:

$$W_M = \{A \in V \mid AM = MA\}$$

$W$ se llama el **centralizador** de $M$ en $V$. Pruebe que $W$ es un subespacio vectorial de $V$.