

MA1102-3: Álgebra Lineal

Profesor: Alejandro Maass

Auxiliares: Nicolás Toro



## Auxiliar 4

**P1.** Considere el sistema:

$$\begin{aligned}x_1 - \alpha \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 - \beta \cdot x_4 &= 0 \\0 \cdot x_1 + \alpha \cdot x_2 + x_3 + \beta \cdot x_4 &= \alpha \\ \beta \cdot x_1 + \alpha \cdot x_2 + \beta \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 &= \beta \\ \alpha \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + \beta \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 &= 0\end{aligned}$$

donde  $x_1, x_2, x_3, x_4$  son las incógnitas y  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  son parámetros.

- a) Determine los valores o condiciones sobre los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de modo que el sistema:
- tenga infinitas soluciones
  - no tenga soluciones
  - tenga solución única
- b) para  $\alpha = 1$  y  $\beta = 2$ , encuentre, de ser posible, la solución del sistema

**P2.** Sea  $A \in \mathcal{M}(4 \times 4)$  la matriz definida como:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcule  $A^{-1}$  escalonando

**P3.** Sea  $B$  la matriz análoga a  $A$  de la pregunta 1, pero de tamaño  $n \times n$ , es decir:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & \ddots & & 1 \\ \vdots & & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{o bien } b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } i \leq j \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

Justifique:

- a)  $B$  es invertible
- b) La generalización natural del caso  $n = 4$  dada por:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ -1, & \text{si } i = j - 1 \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

es la inversa de  $B$