

P1. L'ímite

Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^x \frac{\cos(3t)}{\operatorname{sen}(6x)} dt$$

P2. Dividiendo por 0

Encuentre una función derivable y no nula $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$(f(x))^2 = \int_0^x f(t) \frac{\operatorname{sen}(t)}{2 + \cos(t)} dt$$

P3. Sea $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ una función continua, biyectiva y dos veces derivable en su dominio. Se define la función g como sigue:

$$g(x) = \int_0^x x f(t) dt + \int_0^{f(x)} f^{-1}(t) dt$$

Pruebe que

$$g''(x) = 2f(x) + (x + 1)f'(x) + xf''(x)$$