

P1. Las Funciones Lipschitzianas contraatacan

Recuerde que una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se dice Lipschitziana con $L \geq 0$ si

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad |f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

En la sesión de RP pasada, se probó que todas las funciones Lipschitzianas son uniformemente continuas
¿Puede ahora encontrar un ejemplo de función uniformemente continua que no sea Lipschitziana?

P2. Desigualdades que también sirven

Sea f una función que cumpla que $\forall x, y \in \mathbb{R}$

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^5$$

¿Existe $f'(x) \forall x \in \mathbb{R}$? ¿Cuánto vale?

P3. Derive las siguientes dos funciones ¿hay alguna relación entre sus derivadas?

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)} \quad g(x) = \sec^2\left(\frac{x}{2}\right)$$