MA1001 - Introducción al Cálculo
Módulo de Ejercicios

Módulo de Ejercicios 1

17 de Agosto 2022

P1. En este problema, veremos demostraciones en las cuales no se mencionaron los axiomas/propiedades usadas. La idea es completar con esta información. Se puede utilizar más de un axioma a la vez, pero deben describirse apropiadamente todos:

a) Dados $x, y \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned}(1-x)y + yx &= (1+(-x))y + yx \\ &= (1 \cdot y + (-x)y) + yx \\ &= (y + -(xy)) + yx \\ &= y + (-xy + yx) \\ &= y + (-xy + xy) \\ &= y + 0 \\ &= y\end{aligned}$$

b) Dado $a \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}a + 0 \cdot a &= a \cdot 1 + a \cdot 0 \\ &= a(1+0) \\ &= a \cdot 1 \\ &= a\end{aligned}$$

P2. El objetivo aquí será escribir sus propias demostraciones para las siguientes proposiciones. Hagan esto usando (y escribiendo al usarlos) solo axiomas de cuerpo de los números reales y los teoremas de unicidad de neutros e inversos.

a) $\forall x, y \in \mathbb{R},\ x, y \neq 0,\ (xy)^{-1} = y^{-1}x^{-1}$

b) $\forall x, y, z \in \mathbb{R},\ x, y, z \neq 0, (xyz)^{-1} = y^{-1}x^{-1}z^{-1}$

c) $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R},\ b, d \neq 0,\ ab^{-1} + cd^{-1} = (ad + cb)(bd)^{-1}$

d) ¿Si se quitara algún axioma (conmutatividad o asociatividad, por ejemplo) sería posible seguir afirmando estas proposiciones?

P3. En este problema demostraremos que la siguiente proposición se satisface:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ tales que } a \neq 0,\ b \neq 0,\ a + b \neq 0 \text{ entonces } (a^{-1} + b^{-1})^{-1} = (a \cdot b) \cdot (a + b)^{-1}$$

a) Entregar intuición de qué está preguntando implícitamente el enunciado.

b) ¿Qué camino parece más razonable para enfrentar el problema? (No hay una respuesta correcta, hay que darle vueltas al respecto)

c) Describir ordenadamente los pasos a seguir para poder verificar lo que se plantea.