

MA1001 Introducción al Cálculo



Auxiliar 7: Trigonometría II

4 de octubre de 2022

P1. Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$a) \cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b) \sin(3x) = \frac{1}{2}$$

$$c) (\cos(x))^3 + (\sin(x))^3 + 1 - \frac{1}{2} \sin(2x) = 0$$

$$d) \sin(2x) \cot(x) - \sin(x)^2 = \frac{1}{2}$$

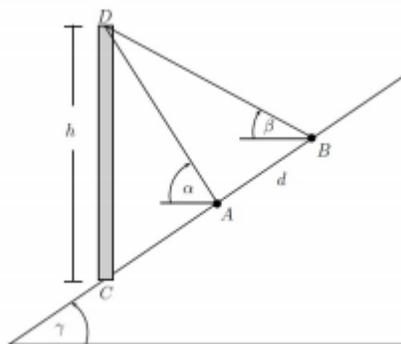
P2. Resuelva las siguientes ecuaciones:

$$a) \sin(x) + \sqrt{3} \cos(x) = 1$$

$$b) 2 \cos^2(x) + 2 \cos^2(x) \cos(2x) - 20 \cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$$

P3. Para conocer la altura h de una torre vertical ubicada en la ladera de un cerro se ubican dos puntos A y B sobre la ladera, distantes una magnitud d entre si y colineales con la base C de la torre (ver figura). Los ángulos de elevación desde A y B a la cúspide D de la torre son α y β respectivamente y el ángulo de inclinación de la ladera es γ . Demuestre que la altura $CD = h$ de la torre en función de α, β, γ y d es:

$$h = d \operatorname{sen}(\alpha + \gamma) \operatorname{sen}(\beta + \gamma) \operatorname{sec}(\gamma) \operatorname{cosec}(\alpha - \beta)$$



P4. Para resolver la ecuación

$$\sin^2(\pi \cos(2x)) = 1$$

realice lo siguiente:

- Encuentre todas las soluciones de la ecuación $\sin^2(y) = 1$.
- Estudie cuáles de las soluciones encontradas en la parte anterior permiten resolver la ecuación original.
- Use lo anterior para resolver la ecuación pedida.

Recuerdos y Consejos

Descripción general de funciones seno, coseno y tangente.

a) $\sin(x)$: Dominio: \mathbb{R} , Recorrido: $[-1, 1]$, impar, periódica de periodo 2π , ceros = $\sin^{-1}(\{0\}) = \{x = k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$.
 Positiva entre 0 y $\frac{\pi}{2}$, creciente entre 0 y $\frac{\pi}{2}$, decreciente entre $\frac{\pi}{2}$ y π .

b) $\cos(x)$: Dominio: \mathbb{R} , Recorrido: $[-1, 1]$, par, de periodo 2π , ceros = $\cos^{-1}(\{0\}) = \{x = \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$.
 Positiva entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ y negativa entre $\frac{\pi}{2}$ y π , decreciente entre 0 y π .

c) $\tan(x)$: Dominio: \mathbb{R} excluyendo los ceros de $\cos(x)$, Recorrido: \mathbb{R} , impar, periódica de periodo π , ceros son los del $\sin(x)$, positiva entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ y negativa entre $\frac{\pi}{2}$ y π y estrictamente creciente en $(-\frac{\pi}{2} + K\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$.

Funciones recíprocas

1. $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$

2. $\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

3. $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

Identidad suma de ángulos

$\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x)$

$\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$

Considere el Δ_{ABC} , con lados a, b y c opuestos a los ángulos A, B y C .

Teorema del seno

$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$

Teorema del coseno

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$

x° (grados)	x (radianes)	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$
0°	0	0	1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	-
180°	π	0	-1	0
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	-