

P5 | 6) $|2x - |x-4|| \leq \frac{8}{x-2}$

Primero notar que si $x < 2 \Rightarrow x-2 < 0 \Rightarrow \frac{8}{x-2} < 0$

y como Valor Absoluto es positivo Ninguna de esbs x sirve

Tampoco sirve $x=2$, pues indetermina.

Falta estudiar $x > 2$, Notemos que si $x < 4 \Rightarrow x-4 < 0$
 $x \geq 4 \Rightarrow x-4 \geq 0$

esto es importante, pues $|x-4| = x-4$ o $|x-4| = -(x-4)$

Caso 1 $x \in (2, 4) \Rightarrow x-4 < 0 \Rightarrow |x-4| = -(x-4)$

$$\Rightarrow |2x + (x-4)| \leq \frac{8}{x-2} \Leftrightarrow |3x-4| \leq \frac{8}{x-2} \quad / \text{Notando } 3x-4 > 0$$

$$\Leftrightarrow 3x-4 \leq \frac{8}{x-2} \quad / \text{Como } x-2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-4)(x-2) - 8 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 10x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x(3x-10) \leq 0 \quad / x > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} > 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-10) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{10}{3} \Rightarrow \text{Sol}_{\text{conj}} = \left(2, \frac{10}{3}\right]$$

Caso 2 $x \geq 4 \Rightarrow x-4 \geq 0 \Rightarrow |x-4| = (x-4)$

$$\Rightarrow |2x - x + 4| \leq \frac{8}{x-2} \Leftrightarrow |x+4| \leq \frac{8}{x-2} \quad / \text{ Como } x+4 > 0$$

$$\Leftrightarrow x+4 \leq \frac{8}{x-2} \quad / \text{ Como } x-2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 16 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1-\sqrt{17})(x+1+\sqrt{17}) \leq 0 \quad / \begin{matrix} x+1+\sqrt{17} > 0 \\ x+1-\sqrt{17} > 0 \end{matrix}$$

es imposible en este caso

$$\Rightarrow \text{Sol caso 2} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Sol} = (2, \frac{16}{3}]}$$

* Algunos errores generales:

- Usar $|2x - |x-4|| \leq \frac{8}{x-2}$

$$\Leftrightarrow \frac{-8}{x-2} \leq 2x - |x-4| \leq \frac{8}{x-2}$$

Se puede pero solo si $\frac{8}{x-2} > 0$

es decir $x > 2$

- Interseccion o unir cuando no corresponde

- Falta argumentar desigualdades,
Usar f. blita o resolver condicional