

MA1001-1 Introducción al Cálculo**Profesor:** Sebastián Donoso**Auxiliares:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 3: Repaso e inicio de Geometría**

30 de agosto de 2022

P1. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{||x| - |x - 2||}{x^2 - 1} \leq 2$$

P2. Hallar el punto Q , simétrico del punto $P(-2, 6)$ con respecto a la recta de ecuación: $L : 5x - 2y - 7 = 0$.**P3.** Dados el punto $P = (a, b)$ y la recta $L : y = mx$, se trazan PH perpendicular a OX y PK perpendicular a L . Si D es el punto medio de OP y M es el punto medio de HK probar que DM es perpendicular a HK y $DK = DH$.**P4. [Jugando con circunferencias]**

Determine las ecuaciones de las siguientes circunferencias:

(a) Radio 2 y centro en $(1, 2)$.(b) Pasa por $(2, 0)$, tiene radio 2 y la coordenada x del centro es 1. ¿Es única la solución?.(c) Pasa por $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(0, 1)$. ¿Es única la solución?.**Propuestos**

1. Demuestre usando axiomas de orden

$$\frac{1}{a^{-1} + b^{-1}} < \frac{a + b}{2} \quad \forall a, b \in \mathbb{R}_+^*$$

Recuerdos y Consejos

Recordar: Al multiplicar por un termino negativo la desigualdad se invierte y por uno positivo se mantiene.

Resolución de Ecuaciones del estilo: $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$.

Donde $<$, puede ser: $>, \leq$ y $\geq$.

1. Determinar los puntos críticos.
2. Ordenar los puntos críticos de menor a mayor y formar los intervalos entre ellos más los dos intervalos no acotados correspondientes.
3. Analizar el signo de $\frac{P(x)}{Q(x)}$ y escoger aquellos que lo solucionan.

Recordar: Las soluciones de una cuadrática son $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Algunas propiedades

1. $|x| \geq 0$
2. $|x| = 0 \iff x = 0$
3. $|xy| = |x||y|$
4. $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a \iff x \in [-a, a]$
5. $|x| \geq a \iff x \leq -a \vee a \leq x \iff x \in (-\infty, -a] \cup [a, \infty)$
6. $|x + y| \leq |x| + |y|$

Estudiar los dos métodos de resolución de ecuaciones con valores absolutos y consultar si es que existen problemas con alguno de ellos.

Siempre tratar de trabajar lo más posible la inecuación antes de ponerse en casos, con el fin de evitar un desarrollo más extenso.

Hacer bastantes ejercicios, pues este contenido es un poco mecánico y se necesita practica para mejorarlo.

Ec General de la recta: $Ax + By + C = 0$

Ec Principal de la recta: $y = ax + b$

Lugar geométrico:

En este contexto, es el nombre que se le da al conjunto de puntos que cumple cierta restricción geométrica o algebraica.

Distancia entre dos puntos: Sean $A = (x_0, y_0)$ y $B = (x_1, y_1)$, entonces: $d(A, B) = \sqrt{(y_1 - y_0)^2 + (x_1 - x_0)^2}$

Ec de una circunferencia de centro $C = (x_c, y_c)$ y radio R :

$\{A = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | d(C, A) = R\}$ (o equivalentemente) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2\}$

Consejo: Muchas veces la ecuación se entrega con los $()^2$ expandidos, por lo que hay que completar cuadrados y volver a una ecuación de la segunda forma, recomendando practicar como completar cuadrados.

Dos rectas escritas en su forma principal ($L_1 : y = a_1x + b_1$ y $L_2 : y = a_2x + b_2$) se dicen **paralelas** si:

$$a_1 = a_2 \text{ y } b_1 \neq b_2$$

Dos rectas escritas en su forma principal ($L_1 : y = a_1x + b_1$ y $L_2 : y = a_2x + b_2$) se dicen **perpendiculares** si:

$$a_1 a_2 = -1$$