Diseño de Mecanismos

Primavera 2022

Tarea 1
Entrega: 30 de septiembre

1. Considere el problema de asignar un bien N participantes con valoraciones privadas t_i distribuidas iid de acuerdo a F, donde F es regular.

   a. Use el RET para caracterizar el equilibrio Bayesiano de una licitación todos pagan.

   b. Suponga ahora que, usando el formato todos pagan, se quiere implementar un mecanismo óptimo. Cómo se fija el precio de reserva en la licitación todos pagan? Provea una formula para la oferta de equilibrio en la licitación todos pagan que maximiza el ingreso esperado del vendedor.

2. Un vendedor de un bien tiene dos potenciales compradores. Cada comprador recibe una señal $t_i \in [0, 1]$ que se distribuye independientemente uniforme en [0,1]. Las valoraciones son comunes e iguales a $v = \max(t_1, t_2)$.

   a. Calcule el ingreso esperado por el vendedor si usa una licitación segundo precio.

   b. Calcule el ingreso esperado por el vendedor si fija un precio $p = 1/2$ (en caso de exceso de oferta, el vendedor escoge un comprador aleatoriamente).

   c. Que mecanismo le recomendaría el vendedor? Explique su respuesta usando la idea de marginal revenues para problemas de asignación con valoraciones interdependientes.

   Suponga ahora que las valoraciones son interdependientes, pero los valores no son comunes. Más concretamente, $v_i(t) = t_1 + \frac{1}{2}t_2$.

   d. Calcule el ingreso esperado por el vendedor en una licitación segundo precio.

   e. Es posible que un precio público p de mayor ingreso esperado que la licitación segundo precio?

   f. Muestre que el mecanismo óptimo se puede implementar como una licitación inglesa en que en la ronda final (una vez que el primer participante se bajo de la licitación) se hace una oferta tómalo-o-déjalo al último participante.

3. Licitaciones vs Negociaciones. Considere un modelo con valoraciones comunes iguales a $v(t) = \max\{t_i\}$, donde t_i se distribuyen iid de acuerdo a F. Muestre que para todo $N \geq 1$ y todo $K \geq 1$, un mecanismo óptimo con N participantes da más ingreso esperado que una licitación segundo precio con $N + K$ participantes. Discuta la conexión entre este resultado y el de Bulow-Klemperer. Note que aun cuando se considera el mecanismo óptimo con N participantes, la valoración común es el máximo de $N + K$ señales.

4. Dos participantes en una licitación valoran el bien en v_i. Las valoraciones $v_i \in [0, 1]$ son conocimiento común con $1 \geq v_1 \geq v_2$. Los participantes tienen restricciones financieras, por lo que el participante i puede ofertar a lo más $w_i \in [0, 1]$. Las restricciones presupuestarias w_i se distribuyen iid uniforme en [0,1] y son información privada de cada jugador.

   a. Muestre que en una licitación segundo precio es posible que el bien no se asigne al participante que más lo valora.

   b. Suponga que $v_1 = v_2 = 1$ y que el vendedor está considerando una licitación segundo precio con un precio de reserva $r \in [0, 1]$. Caracterice el equilibrio Bayesiano de la licitación y encuentre r que maximiza el ingreso esperado del vendedor.

5. Considere un mercado grande con masa 1 de compradores y masa 1 de vendedores. Las valoraciones de los compradores se distribuyen v_i uniforme en $[0,1]$. Las valoraciones de los vendedores c_i se distribuyen uniforme en $[0,1]$. La utilidad de un comprador que transa es $v-p$, mientras que la utilidad de un vendedor que transa es $p-c$. Caracterice el mecanismo $x_B(v) \in [0,1], T_B(v) \in \mathbb{R}, x_S(c) \in [0,1], T_S(c) \in \mathbb{R}$ que maximiza el bienestar total sujeto a restricciones de incentivos, participación, factibilidad ($\int x_B(v)dv = \int x_S(c)dc$) y presupuesto ($\int T_B(v)dv \geq \int T_S(c)dc$). Note que $T_B(v)$ es lo que paga el comprador con valoración v, mientras que $T_S(c)$ es lo que recibe un vendedor con valoración c.