IN3272 - Decisiones Bajo Incertidumbre
Profesor: Susana Mondschein
Auxiliares: V. Vasquez, P. Ubilla, D. Quintanilla, F. Del Solar, A. Munizaga, L. Magga, D. Kauer, H. González, S. Del Río

Auxiliar #1

Repaso Probabilidades

Resumen

Definición: Sean A,B eventos tales que P(B)>0. La probabilidad de A condicionada por B se define por:

$$\mathbb{P}(A/B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} \tag{1}$$

Fórmula de Bayes: Dados A,B eventos, se tiene que:

$$\mathbb{P}(A/B) = \frac{\mathbb{P}(B/A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} \tag{2}$$

Probabilidades Totales: Sea Ω un espacio muestral y $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ partición de Ω, entonces:

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{P}(A/A_n)\mathbb{P}(A_n) \tag{3}$$

Distribución Binomial:

$$\mathbb{P}(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \qquad x = 0, 1..., n \tag{4}$$

Donde n corresponde al número de veces que se realiza el experimento, p a la probabilidad de éxito y X la v.a que representa el número de éxitos obtenidos en las n realizaciones.
Nota: Esta distribución se denota como $B(n, p)$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} \tag{5}$$

Distribución Poisson:

$$\mathbb{P}(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, ... \tag{6}$$

Suele representar sucesos independientes que ocurren en un intervalo de tiempo, donde X representa el número de ocurrencias por unidad de tiempo.

Distribución Geométrica:

$$\mathbb{P}(X = k) = (1-p)^k p \qquad k = 0, 1, 2, 3, ... \tag{7}$$

Modela el número de fracasos hasta el primer éxito, con p la probabilidad de éxito y k el número de fallos.

$$\mathbb{P}(X = k) = (1-p)^{k-1} p \qquad k = 1, 2, 3... \tag{8}$$

Representa la probabilidad de que el intento k sea el primer éxito

Problema 1

1. Dado un experimento realizado n veces, con p la probabilidad de éxito de éste y X la v.a que representa el número de éxitos obtenidos; Demuestre que $E(X) = np$

2. Similar al caso anterior, dada una distribución geométrica con probabilidad de éxito p y X la v.a asociada a que el primer éxito ocurra en el intento k; Demuestre que $\mathbb{E}(X) = (1/p)$

Problema 2

1. En una prueba de selección múltiple los alumnos pueden contestar sabiendo la respuesta o tratando de adivinar. Supongamos que un alumno conoce la respuesta con una probabilidad p, de manera que si no sabe intentará adivinar, lo que ocurre con probabilidad $(1 - p)$. Si el alumno está adivinando la respuesta, tiene una probabilidad $\frac{1}{m}$ de tenerla correcta, donde m es el número de alternativas. ¿Cuál es la probabilidad que un alumno haya sabido la respuesta de una pregunta que contestó correctamente?.