Auxiliar Pre-Examen

IN3221 - Teoría de Juegos y Estrategia.

Profesora: Sofía Correa.
Auxiliares: Florencia Vargas, Rienzi Roldán.

Resumen

Tanto selección adversa como riesgo moral se tratan de situaciones donde una de las partes tiene más información que la otra, es decir, son problemas de información asimétrica

Riesgo Moral El riesgo moral existe cuando una persona tiene mayor información acerca de sus propias acciones que el resto de los individuos, esta situación provoca que, en caso de que sea otra la persona que soporta los costes asociados a la falta de esfuerzo o responsabilidad, los incentivos a esforzarse o ser responsables estén distorsionados. El riesgo moral reduce la capacidad del mercado para asignar eficientemente el riesgo.
Esta información asimétrica se da DESPUÉS de la transacción.

Selección Adversa La información asimétrica es sobre el tipo del agente. No es que el agente elige tener un tipo u otro. El agente es de uno de los posibles tipos pero el principal no sabe con qué tipo de agente está tratando.
Esta información asimétrica se da ANTES de la transacción.

P1

Pregunta 1 - C2 2016-2

Los consumidores de una economía tienen 1 unidad de riqueza cada uno y están sujetos a riesgos. Si no tienen cuidado, pueden perder su patrimonio con probabilidad p = 0, 75. Por otro lado, si es cuidadoso, la probabilidad es de p = 0,25. La función de utilidad de las personas es de $u = \sqrt{x} - e$, donde x es la riqueza y e es 0,1 si se esfuerza por ser cuidadoso y 0 si no. Considere una economía de compañías de seguros en competencia perfecta y que son neutrales al riesgo.

a. Argumente que la política que asegura completamente a los consumidores genera un problema de riesgo moral.

   Solución: Si el agente compra un contrato justo, la persona no tiene incentivos a ser cuidadosa, ya que cualquier cosa que pase su patrimonio será 1 (recuerden que el seguro es completo). Por lo tanto la verdadera probabilidad de perder el patrimonio es p = 0, 75 porque la persona no será cuidadosa.

b. ¿Cuál sería el precio para un seguro de cobertura completa? ¿Lo comprarían?

   Solución: La compañía sabe que el asegurado no será cuidadoso y basará su precio con la probabilidad p = 0, 75. En este caso el precio será $p = E(U) = P \cdot costo = 0,75 \cdot 1 = 0,75$.

   La utilidad esperada de la persona si toma el contrato será $u = \sqrt{x} - e = \sqrt{1 - 0,75} - 0 = \sqrt{1/4} = \frac{1}{2}$ Calculemos la utilidad esperada si no toma el contrato. Si se esfuerza su utilidad será $u = \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{0} - 0,1) + \frac{3}{4} \cdot (\sqrt{1} - 0,1) = 0,65$. Podemos observar que la utilidad de la persona será mayor que si compra el seguro por lo que nadie lo comprará.

   No es necesario calcular el caso de no tener seguro y no esforzarse, ya que la pregunta es si se comprará el contrato o no. Si existe una situación en la que no tengo seguro y estoy mejor, no se comprará. Si lo quieren calcular, la utilidad esperada de no tomar el contrato y no esforzarse estaría definido por $u = \frac{3}{4} \cdot (\sqrt{0}) + \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{1}) = 0,25$

P2

Considere un monopolista que ofrece planes móviles. Un plan consiste en un precio p y una velocidad de internet x, medida en gigabytes. El costo para el monopolista de ofrecer una velocidad x es $c(x) = \frac{x}{2}$. El monopolista enfrenta dos tipos de clientes, 1 y 2, cuyas utilidades están dadas por

$$u_1(p,x) = 4\sqrt{x} - p \qquad (1)$$
$$u_2(p,x) = 3\sqrt{x} - p \qquad (2)$$

a) Consideremos el caso en donde el monopolista puede distinguir entre los tipos de clientes. Plantee el problema. La probabilidad de observar un consumidor ipo 1 es Pr(tipo1)=$\frac{1}{2}$
Para resolver este problema, el monopolista resuelve dos problemas separados, un plan óptimo para cada tipo. Tenemos

Tipo 1:

$$\max_{(p_1,x_1)} \quad p_1 - c(x)$$
$$s.a. \quad 4\sqrt{x_1} - p_1 \geq 0 \quad (R.P)$$

Resolviendo, obtenemos $(p_1, x_1) = (16, 16)$.

Tipo 2:

$$\max_{(p_2,x_2)} \quad p_2 - c(x)$$
$$s.a. \quad 3\sqrt{x_2} - p_2 \geq 0 \quad (R.P)$$

En donde R.P. son las restricciones de participación. Básicamente nos dicen que la utilidad sea positiva por lo que si quiero vender.

b) Ahora consideremos el caso en donde el monopolista no puede distinguir entre los tipos de clientes. Plantee y resulva el problema.

En este caso tendremos

$$\begin{aligned}
\max_{(p_1,x_1),(p_2,x_2)} \quad & \tfrac{1}{2}(p_1 - c(x_1)) + \tfrac{1}{2}(p_2 - c(x_2)) \\
s.a. \quad & 4\sqrt{x_1} - p_1 \geq 0 && (RP\,1) \\
& 3\sqrt{x_2} - p_2 \geq 0 && (RP\,2) \\
& 4\sqrt{x_1} - p_1 \geq 4\sqrt{x_2} - p_2 && (RI\,1) \\
& 3\sqrt{x_2} - p_2 \geq 3\sqrt{x_1} - p_1 && (RI\,2)
\end{aligned}$$

En donde RI son las restricciones de incentivos. Básicamente nos dicen que conviene vender el producto 1 al tipo 1 y el producto 2 al tipo 2.

Ahora buscamos simplificar el problema, por lo que podemos notar que:

RP2 y RI1 implican RP1 (esto se puede ver juntando ambas ecuaciones y siguiendo las desigualdades)

RI2 y RI1 implican que $[x_1 \geq x_2 \Longrightarrow p_1 \geq p_2]$

RI1 se satisface con igualdad RI2

Con esto logramos que el problema se simplifique a

$$\begin{array}{lcr} \max\limits_{(p_1,x_1),(p_2,x_2)} & \frac{1}{2}(p_1 - c(x_1)) + \frac{1}{2}(p_2 - c(x_2)) & \\ s.a. & 3\sqrt{x_2} - p_2 \geq 0 & (RP\,2) \\ & 4\sqrt{x_1} - p_1 \geq 4\sqrt{x_2} - p_2 & (RI\,1) \end{array}$$

Resolvemos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(p_1 - c(x_1)) + \frac{1}{2}(p_2 - c(x_2)) + \lambda(3\sqrt{x_2} - p_2) + \mu(4\sqrt{x_1} - p_1 - 4\sqrt{x_2} + p_2)$$

CPO:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = -\frac{1}{4} + \mu\frac{2}{\sqrt{x_1}} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = -\frac{1}{4} + \lambda\frac{3}{\sqrt{2x_2}} - \mu\frac{2}{\sqrt{x_2}} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_1} = \frac{1}{2} - \lambda - \mu = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p_2} = \frac{1}{2} - \lambda + \mu = 0 \tag{6}$$

De (3) y (4) teme,os $\mu = \frac{1}{2}$ y $\lambda = 1$. Reemplazano tenemos $x_1 = 16, x_2 = 4$ y usando las reestriciones y reemplazando en igualdad (caso critico) tenemos $p_2 = 6, p_1 = 14$