

Tarea 8

Fecha de entrega: ? de Noviembre

Profesor: Felipe Barra De La Guarda

Auxiliar: Matías Araya Satriani

Ayudantes: Astor Sandoval Parra

P1. Ecuación Maestra en sistema de 3 x 3

Consideremos un sistema microscópico con tres estados posibles (1), (2), (3) de energías ε_1 , ε_2 , ε_3 , (puede ser por ejemplo una partícula de spin-1 inmersa en un campo magnético), en contacto con un baño térmico a temperatura T . Observamos que P_ℓ , la probabilidad de que el sistema esté en el estado (ℓ), y $a_{\ell m}$, la probabilidad de transición por unidad de tiempo del estado (m) al estado (ℓ); sea:

$$a \hat{=} a_{23} e^{-\varepsilon_3/kT}, \quad b \hat{=} a_{31} e^{-\varepsilon_1/kT}, \quad c \hat{=} a_{12} e^{-\varepsilon_2/kT}. \quad (1)$$

1. Escriba en forma matricial la ecuación maestra que da la evolución en el tiempo de las probabilidades P_ℓ .
2. Supongamos que $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$.

Usando 1. y 2. desarrolle:

- (a) Calcule, en función de a , b , c , los valores propios de la matriz 3 X 3 de coeficientes de la ecuación maestra. Demuestre que uno de estos valores propios es cero y los otros dos negativos.
 - (b) ¿Cuáles son los valores de equilibrio de las probabilidades P_ℓ ? ¿Con qué tiempo de relajación se alcanzan desde un estado de no-equilibrio?
3. Vuelve a considerar el problema en el caso general en el que ε_1 , ε_2 , ε_3 son diferentes.

Considerando 3. desarrolle:

- (a) Demuestre que la matriz de coeficientes siempre admite un valor propio cero. ¿Cuál es el vector propio correspondiente?
- (b) Escribe la ecuación que da los otros dos valores propios. ¿Son estos siempre reales?, si es que son reales, ¿Son siempre negativos?
- (c) ¿Cuáles son los valores de las probabilidades P_ℓ en el equilibrio? ¿Cuál es la expresión del tiempo de relajación?

P2. Radiación de Cuerpo Negro

Un fallo histórico de la física clásica es su descripción de la radiación electromagnética de un cuerpo negro. Considere un modelo simple para un cuerpo negro ideal que consiste en una cavidad cúbica de lado L con un pequeño agujero en un lado.

- (a) Suponiendo la equipartición clásica de la energía, deduzca una expresión para la energía media por unidad de volumen y unidad de frecuencia (Ley de Rayleigh-Jeans). ¿En qué sentido se desvía este resultado de la observación real?
- (b) Repita el cálculo, ahora utilizando ideas cuánticas, para obtener una expresión que dé cuenta adecuadamente de la distribución espectral observada (Ley de Planck).
- (c) Encuentre la dependencia de la temperatura de la potencia total emitida por el agujero.

P3. Cuerpo negro y expansión adiabática

Se tiene radiación electromagnética que sigue la distribución de Planck llena una cavidad de volumen V . Inicialmente, ω_i es la frecuencia del máximo de la curva de $u_i(\omega)$, la densidad de energía en función la frecuencia angular ω . Si el volumen se expande cuasistáticamente a $2V$, ¿cuál es la frecuencia máxima final ω_f de la curva de distribución $u_f(\omega)$? La expansión es adiabática.