FI2002-6 Electromagnetismo
Profesor: Héctor Alarcón
Auxiliares: José Luis López & Tomás Vatel
Ayudante: Felipe Montecinos

Auxiliar #10: Magnetismo en Medios Materiales

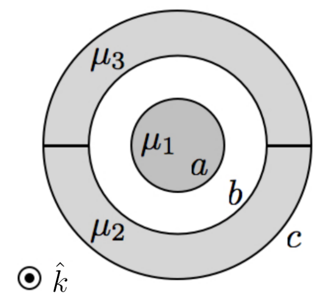
25 de octubre de 2022

P1. Por el interior de un cilindro infinito de radio a y permeabilidad magnética μ_1, circula una corriente I_0 en la dirección $\hat{k}$. A este cilindro lo rodea un casquete cilíndrico de radio interno b y radio exterior c. El casquete consiste en dos mitades, de permeabilidades μ_2 y μ_3 (ver figura). Por el casquete circula la misma cantidad de corriente I_0, pero en sentido opuesto al del cilindro interno (es decir, en la dirección de $-\hat{k}$. Asuma que las densidades de corriente al interior de estos materiales es homogénea.

a) Encuentre una expresión para la corriente total $I(\rho)$ que atraviesa una superficie circular de radio ρ arbitrario, concéntrica a los cilindros.

b) Encuentre la intensidad magnética $\vec{H}$ y el campo magnético $\vec{B}$ en todo el espacio.

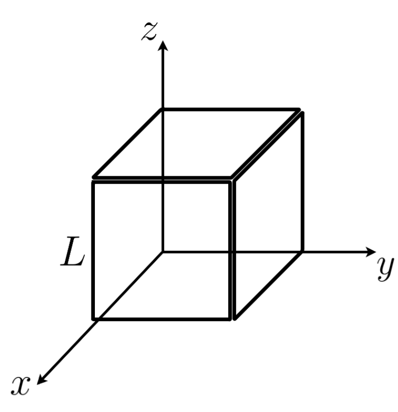
c) Determine el valor de las corrientes superficiales de magnetización $\vec{K}_M$ en cada una de las superficies.



P2. Un cubo de lado L está constituido por un material con una magnetización dada por

$$\vec{M} = M_0 \frac{x^2}{L^2} \hat{k}$$

Encuentre todas las densidades de corrientes de magnetización existentes en el cubo. A partir de estas, calcule la corriente total que circula por el cubo.



Resumen:

- **Corrientes de Magnetización:** En presencia de un campo magnético externo $\vec{B}$, los **dipolos magnéticos de los átomos se alinean** para dar lugar a un efecto neto llamado **"magnetización"** $\vec{M}$, análogo a la polarización $\vec{P}$ en dieléctricos. La diferencia es que, con la polarización hablábamos de cargas de polarización, ahora hablamos de **corrientes de magnetización**, originadas por $\vec{M}$, distinguiendo corrientes superficiales y volumétricas, que se calculan mediante

$$\vec{K}_M = \vec{M} \times \hat{n} \qquad \vec{J}_M = \nabla \times \vec{M} \tag{1}$$

- **Intensidad magnética:** Siguiendo con la analogía de los dieléctricos, uno puede definir el vector intensidad magnética $\vec{H}$, el cual cuantifica los efectos de la magnetización del material, de manera que

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M} \tag{2}$$

lo que permite reescribir la Ley de Ampère mediante

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{libre}} \quad \Longleftrightarrow \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J}_{\text{libre}} \tag{3}$$

Notar que distinguimos $\vec{J}_{\text{libre}}$ de $\vec{J}_M$, de la misma manera que distinguimos la carga libre de la carga de polarización: la **corriente libre la "ponemos ahí a voluntad"** (por ejemplo, mediante una batería), mientras que la **corriente de magnetización es**, por ejemplo, **una respuesta del material ante el campo magnético externo $\vec{B}$**.

- **Medios lineales:** En general, **la magnetización de un material es proporcional a la intensidad magnética**. De esta manera, $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$, con χ_m la susceptibilidad magnética del medio. Esto permite reescribir la ecuación (2), de manera que

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{4}$$

donde $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$ es la **permeabilidad magnética del material**.

- **Condiciones de borde:** Las condiciones de borde para $\vec{B}$ son

$$B_1^{\perp} = B_2^{\perp} \qquad \hat{n} \times (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = \mu_0 \vec{K}_{\text{total}} \tag{5}$$

mientras que para $\vec{H}$ son

$$H_2^{\perp} - H_1^{\perp} = -(M_2^{\perp} - M_1^{\perp}) \qquad \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}_{\text{libre}} \tag{6}$$