FI2002-6 Electromagnetismo
Profesor: Héctor Alarcón
Auxiliares: José Luis López & Tomás Vatel
Ayudante: Felipe Montecinos

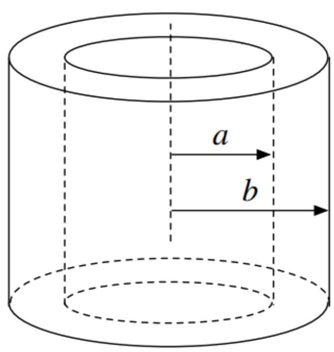
Auxiliar #9: Ley de Ampère

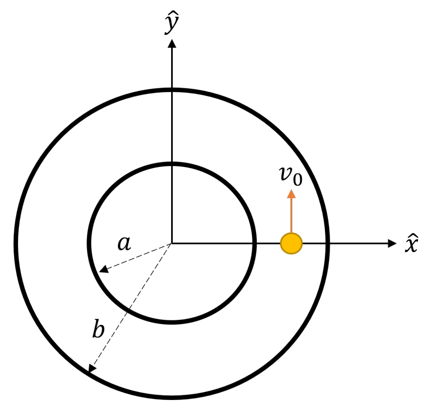
18 de octubre de 2022

P1. Se tiene un conductor en la forma de una capa cilíndrica recta, infinita, de radio interior a y radio exterior b. Este conductor tiene una densidad de corriente que, expresada en coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z), es:

$$\vec{J}(a \leq \rho \leq b) = \frac{\alpha}{\rho}\hat{\phi} \tag{1}$$

con α una constante conocida.





a) Obtenga el campo magnético $\vec{B}(\vec{r})$ en todas partes.

Considere que en la posición $\vec{r} = \frac{(a+b)}{2}\hat{x}$ se coloca una partícula de carga q y masa m, con velocidad inicial $\vec{v} = v_0\hat{y}$ como se muestra en la figura.

b) Describa el movimiento de la partícula debido únicamente al campo magnético $\vec{B}$ y dibuje la trayectoria que seguirá (suponga que la partícula puede atravesar el cilindro conductor). ¿Qué pasaría si la velocidad inicial es cero?

c) **Propuesto:** Considere que además de la densidad de corriente de (1), en el cilindro hay otra densidad de corriente $\vec{J}_2(a \leq r \leq b) = \beta\hat{z}$ con β conocido. Obtenga el campo magnético en todo el espacio y describa la trayectoria que seguirá la misma partícula de la parte *b*).

Resumen:

- **Ley de Ampere:** Permite **calcular el campo magnético** $\vec{B}$ generado por una corriente I que atraviese un camino cerrado Γ:

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{encerrada}}$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío. Esta ecuación es conocida como la *cuarta ecuación de Maxwell* y también se puede escribir como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

La **Ley de Ampère** es muy poderosa y, de forma similar a la Ley de Gauss para campos eléctricos, permite calcular el campo magnético cuando este tiene simetría.

Ojo: estas ecuaciones solo son válidas en magnetostática, es decir, para corrientes estacionarias (donde se cumple que $\nabla \cdot \vec{J} = 0$) y los campos eléctricos y magnéticos no dependen del tiempo.

Otra forma de calcular el campo magnético es mediante el potencial vector $\vec{A}$, el cual se define según:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \right) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r})$$

- **Fuerza de Lorentz general:** Corresponde la **fuerza que siente una carga** q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en presencia de un **campo magnético** $\vec{B}$ y un campo eléctrico $\vec{E}$. Se calcula mediante:

$$\vec{F} = q(\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}))$$

donde la dirección de $\vec{F}$ también se puede determinar con la regla de la mano derecha.

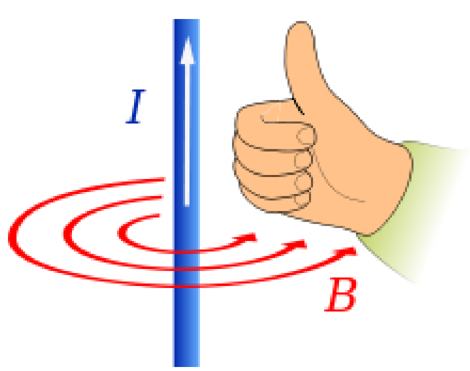


Figura 1: RMD para la Ley de Ampère

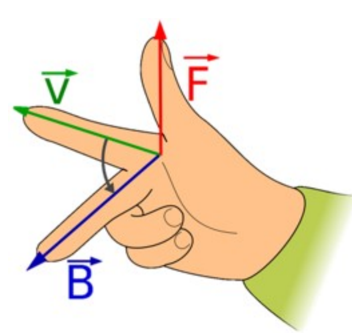


Figura 2: RMD para la Fuerza de Lorentz