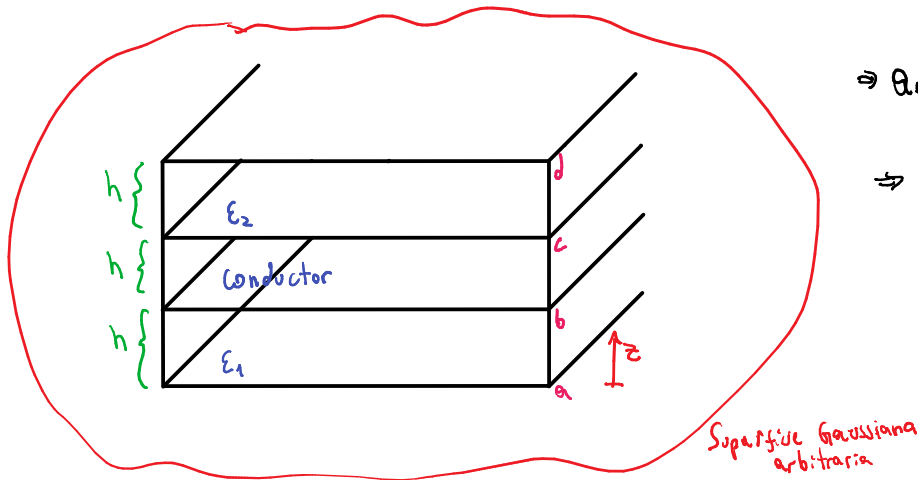


Pauta Aux. 4

P1) a) Para obtener los vectores desplazamiento y campo eléctrico, en esta configuración, se debe ser estratégico, ya que $\vec{D}$ es distinto para ambos dieléctricos. Luego, la superficie enroscada, debe enroscar sólo 1 de ellos. Considerando esto, primero calculamos D_1 , i.e. el vector desplazamiento para el dieléctrico de constante ϵ_1 . Para ello, usamos la ley de Gauss para medios materiales. Antes de ello, es necesario notar 2 cosas:

- El campo eléctrico fuera de las placas es cero: esto pues si se considera una superficie gaussiana que encierre la totalidad de las placas



$$\Rightarrow Q_{enc} = -2Q + Q + Q = 0$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

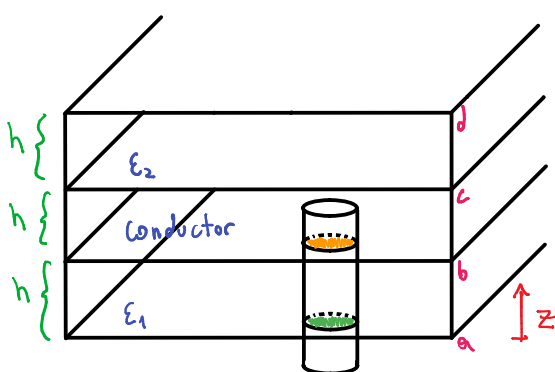
$$\Rightarrow \vec{E} = 0$$

Superficie Gaussiana arbitraria

- Las densidades de carga en las placas a y d son directas: Ya que su carga es Q y $-2Q$ respectivamente, y el área de $\forall$ es a^2 , se tiene que

$$\sigma_a = \frac{Q}{a^2} \quad ; \quad \sigma_d = \frac{-2Q}{a^2}$$

Sin embargo, podemos aprovechar que $\vec{E} = 0$ fuera de las placas, junto con que $\vec{E}(h < z < 2h) = 0$ (dentro del conductor) para obtener σ_b y σ_c , las que son densidades de carga libre. Usando un cilindro gaussiano de altura $z > h$ tal que encierre la superficie inferior del conductor y la del medio ϵ_1 (como se ve en la figura). Así



$$Q_{enc} = \sigma_b \cdot A + \sigma_a \cdot A = (\sigma_b + \sigma_a)A = (\sigma_b + \sigma_a)\pi r^2$$

Mientras que $0, \vec{E} = 0$ fuera de las placas

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \underbrace{\iint_{\text{tapa inf}} \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{0, \vec{E}=0 \text{ dentro del conductor}} + \underbrace{\iint_{\text{tapa sup}} \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{0, \vec{E}=0 \text{ fuera de las placas}} + \underbrace{\iint_{\text{manto}} \vec{E} \cdot d\vec{S}}_{0, \vec{E}=0 \text{ dentro del conductor}}$$

$0, \vec{E} = 0$ dentro del conductor

Dentro del conductor, ya que $a \gg 3h$, se pueden desprestigiar los efectos de borde y asumir el bloque como infinito. En ese caso, $\vec{E} = E(z)\hat{k}$ por simetría. Luego, como para el manto $d\vec{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho}$

$$\vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \iint_{\text{manto}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

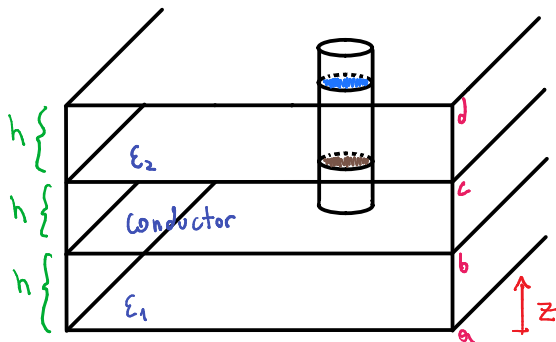
Así, concluimos que

$$\iiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow Q_{\text{enc}} = 0 \Leftrightarrow (\sigma_b + \sigma_a)\pi r^2 = 0 \Leftrightarrow \sigma_b = -\sigma_a$$

Obs: σ_a corresponden a cargas libres, pues es carga "agregada" a las placas, y σ_b también al ser carga que fluye en el conductor

$$\Leftrightarrow \sigma_b = -\frac{Q}{a^2}$$

Mediante un ejercicio análogo, se obtiene σ_c (me saltaré varios pasos, pero son análogos a lo hecho antes, por lo que aboujo revisar esa parte en caso que no se entienda)



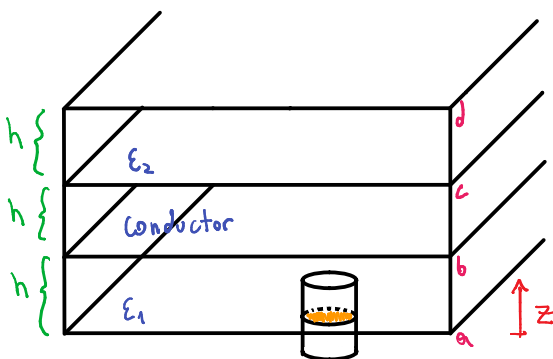
$$Q_{\text{enc}} = \pi r^2(\sigma_d + \sigma_c)$$

$$\iiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\text{tapa inf}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iiint_{\text{tapa sup}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iiint_{\text{manto}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$0, \vec{E} = 0$ dentro del conductor
 $0, \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$
 $0, \vec{E} = 0$ fuera de las placas

$$\Rightarrow Q_{\text{enc}} = 0 \Rightarrow \pi r^2(\sigma_d + \sigma_c) = 0 \Leftrightarrow \sigma_c = -\sigma_d \Leftrightarrow \sigma_c = \frac{2Q}{a^2}$$

Teniendo en mente lo anterior, empleamos Ley de Gauss con el cilindro gaussiano de la figura, el cual es de altura $z < h$ y radio r arbitrario. Así



$$Q_{\text{enc}} = \sigma_a \cdot A = \frac{Q}{a^2} \cdot \pi r^2$$

El desplazamiento es proporcional al campo eléctrico ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$), por lo que

$$\vec{E} = E(z)\hat{k} \Rightarrow \vec{D} = D(z)\hat{k}$$

Luego, con el objetivo de usar ley de Gauss para medios materiales, se tiene que

$$\iiint \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{tapa sup}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{tapa inf}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{manto}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S}$$

Recordando de auxiliares anteriores, en el caso del manto, $d\vec{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho}$ por lo que

$$\vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = D(z)\hat{k} \cdot \rho d\phi dz \hat{k} = 0 \Rightarrow \iint_{\text{manto}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = 0$$

Por otra parte, la tapa inferior está fuera de las placas, donde el campo eléctrico es nulo, por lo que

$$\vec{E} = 0 \Leftrightarrow \vec{D}_1 = 0 \Rightarrow \iint_{\text{tapa inf}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = 0$$

Así, se tiene que

$$\oiint \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{tapa sup}} \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^r D_1(z) \hat{k} \cdot \rho d\rho d\phi \hat{k} = D_1(z) \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho d\rho d\phi = D_1(z) \pi r^2$$

Sustituyendo en la ley de Gauss, obtenemos que

$$\oiint \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = Q_{enc} \Leftrightarrow D_1(z) \pi r^2 = \frac{Q}{a^2} \pi r^2 \Leftrightarrow \boxed{\vec{D}_1 = \frac{Q}{a^2} \hat{k}}$$

Como $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, y en este material $\epsilon = \epsilon_1$

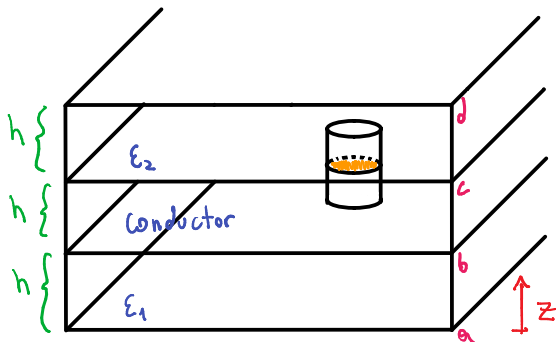
$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{D}_1}{\epsilon_1} \Leftrightarrow \boxed{\vec{E}_1 = \frac{Q}{\epsilon_1 a^2} \hat{k}}$$

Como además $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, se tiene que

$$\vec{P}_1 = \vec{D}_1 - \epsilon_0 \vec{E}_1 = \frac{Q}{a^2} \hat{k} - \epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon_1 a^2} \hat{k} \Leftrightarrow \boxed{\vec{P}_1 = \frac{Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1}\right) \hat{k}}$$

A continuación, calculamos $\vec{D}_2$, $\vec{E}_2$ y $\vec{P}_2$, mediante un procedimiento análogo. Así, se elige nuevamente un cilindro gaussiano de altura $z < h$, centrado en $z = 2h$, y radio r arbitrario. Así, se tiene que en este caso

$$Q_{enc} = \sigma_c \cdot \pi r^2 = \frac{2Q}{a^2} \pi r^2$$



$$\begin{aligned} \oiint \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} &= \iint_{\text{tapa sup}} \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{tapa inf}} \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{pared}} \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^r D_2(z) \hat{k} \cdot \rho d\rho d\phi \hat{k} = D_2(z) \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho d\rho d\phi \\ &= D_2(z) \pi r^2 \end{aligned}$$

Notas: En la tapa superior, $\vec{D}_2 = 0$ dentro del conductor. En la tapa inferior, $\vec{D}_2 \cdot d\vec{S} = 0$. En la pared, $\vec{D}_2 \cdot d\vec{S} = 0$.

Así, sustituyendo en la ley de Gauss, se obtiene que

$$\oiint \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} = Q_{enc} \Leftrightarrow D_2(z) \pi r^2 = \frac{2Q}{a^2} \pi r^2 \Leftrightarrow \boxed{\vec{D}_2 = \frac{2Q}{a^2} \hat{k}}$$

Tal como antes, usando que $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ y que $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, despejamos el campo eléctrico y el vector polarización. Como $\epsilon = \epsilon_2$, entonces

$$\vec{E}_2 = \frac{2Q}{a^2 \epsilon_2} \hat{k} \quad ; \quad \vec{P}_2 = \frac{2Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2} \right) \hat{k}$$

Con los resultados obtenidos, es posible obtener el potencial entre las placas

$$V_{ad} = V_a - V_d = - \int_a^d \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad / \quad d\vec{l} = dz \hat{k}$$

$$= - \int_{3h}^{2h} \underbrace{\vec{E}(2h < z < 3h)}_{\text{Campo dentro del dieléctrico 2}} \cdot dz \hat{k} - \int_{2h}^h \underbrace{\vec{E}(h < z < 2h)}_{\text{Campo dentro del conductor}} \cdot dz \hat{k} - \int_h^0 \underbrace{\vec{E}(0 < z < h)}_{\text{Campo dentro del dieléctrico 1}} \cdot dz \hat{k}$$

Puesto que $\vec{E}(h < z < 2h) = 0$, es inmediato que

$$\int_{2h}^h \vec{E}(h < z < 2h) \cdot dz \hat{k} = 0$$

Luego, el resto de integrales

$$\int_{3h}^{2h} \vec{E}(2h < z < 3h) \cdot dz \hat{k} = \int_{3h}^{2h} \vec{E}_2 \cdot dz \hat{k} = \int_{3h}^{2h} \frac{2Q}{\epsilon_2 a^2} \hat{k} \cdot dz \hat{k} = \frac{2Q}{\epsilon_2 a^2} \int_{3h}^{2h} dz = - \frac{2Qh}{\epsilon_2 a^2}$$

$$\int_h^0 \vec{E}(0 < z < h) \cdot dz \hat{k} = \int_h^0 \vec{E}_1 \cdot dz \hat{k} = \int_h^0 \frac{Q}{\epsilon_1 a^2} \hat{k} \cdot dz \hat{k} = \frac{Q}{\epsilon_1 a^2} \int_h^0 dz = - \frac{Qh}{\epsilon_1 a^2}$$

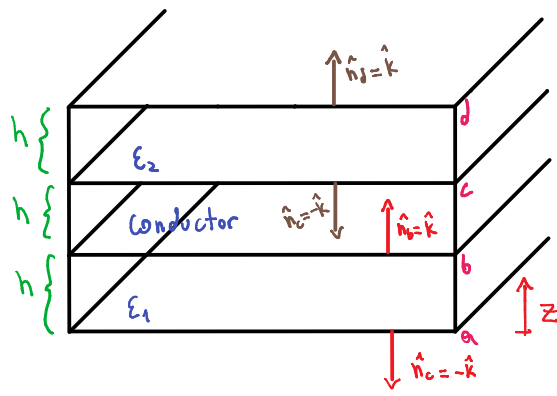
Sustituyendo, obtenemos que

$$V_{ad} = - \left(- \frac{Qh}{\epsilon_1 a^2} \right) - 0 - \left(- \frac{2Qh}{\epsilon_2 a^2} \right) \Leftrightarrow V_{ad} = \frac{Qh}{a^2} \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{2}{\epsilon_2} \right)$$

b) Con el vector polarización, calculamos las densidades de carga ligada en el volumen de los dieléctricos, tal que

$$\left. \begin{aligned} P_{b1} &= -\nabla \cdot \vec{P}_1 \\ P_{b2} &= -\nabla \cdot \vec{P}_2 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow P_{b1} = P_{b2} = 0 \quad \rightarrow \vec{P}_1, \vec{P}_2 = \text{constes, su divergencia es nula.}$$

Luego, las densidades superficiales las vemos por $\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$, con $\hat{n}$ el vector normal exterior a la superficie donde queremos calcular la densidad de carga. Así



$$\sigma_{b_a} = \hat{P}_1 \cdot \hat{n}_a = \frac{2Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} \right) \hat{k} \cdot -\hat{k} \Leftrightarrow \sigma_{b_a} = -\frac{2Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} \right)$$

$$\sigma_{b_b} = \hat{P}_1 \cdot \hat{n}_b = \frac{2Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} \right) \hat{k} \cdot \hat{k} \Leftrightarrow \sigma_{b_b} = \frac{2Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} \right)$$

$$\sigma_{b_c} = \hat{P}_2 \cdot \hat{n}_c = \frac{Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2} \right) \hat{k} \cdot -\hat{k} \Leftrightarrow \sigma_{b_c} = -\frac{Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2} \right)$$

$$\sigma_{b_d} = \hat{P}_2 \cdot \hat{n}_d = \frac{Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2} \right) \hat{k} \cdot \hat{k} \Leftrightarrow \sigma_{b_d} = \frac{Q}{a^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_2} \right)$$

Las cargas libres ya fueron calculadas, según la **observación** hecha en parte a).

c) Para calcular C_{ab} y C_{cd} , es necesario calcular, de igual manera, V_{ab} y V_{cd} . Luego

$$V_{ab} = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_h^0 \vec{E}_1 \cdot dz \hat{k} = \frac{Qh}{\epsilon_1 a^2}$$

$$V_{cd} = - \int_d^c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{3h}^{2h} \vec{E}_2 \cdot dz \hat{k} = \frac{2Qh}{\epsilon_2 a^2}$$

Integrals calculadas antes para V_{ad}

Luego, como la carga presente en las placas a y b es $+Q$ y $-Q$, respectivamente, se tiene que

$$C_{ab} = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\cancel{Q}h}{\frac{\cancel{Q}h}{\epsilon_1 a^2}} \Leftrightarrow C_{ab} = \frac{a^2 \epsilon_1}{h}$$

Análogamente, la carga en las placas c y d es $+2Q$ y $-2Q$, respectivamente. Luego, C_{cd} se obtiene como

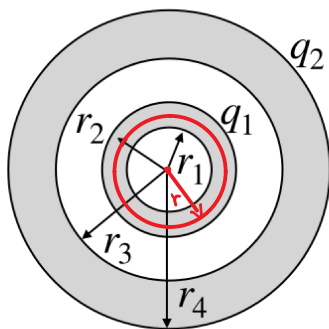
$$C_{cd} = \frac{2Q}{V_{cd}} = \frac{\cancel{2Q}}{\cancel{2Q}h / \epsilon_2 a^2} \Leftrightarrow C_{cd} = \frac{a^2 \epsilon_2}{h}$$

Finalmente, para el caso C_{ad} , uno primero pensaría en usar

$$\frac{1}{C_{ad}} = \frac{1}{C_{ab}} + \frac{1}{C_{cd}}$$

pero son 2 condensadores en serie, por el conductor central. Sin embargo esta ecuación es válida únicamente cuando las cargas en placas opuestas tienen igual magnitud, y signo opuesto. En este caso, en d la placa es $-2Q$, mientras que en a es $+Q$, por lo que el resultado sería incorrecto. Finalmente, se tiene que C_{ad} no puede calcularse.

P2 a) Recordando que dentro de un conductor $\vec{E}=0$, y que por lo mismo $\rho=0$ dentro de todo conductor, podemos usar ley de Gauss para determinar las cargas en superficie. Así, considerando la esfera gaussiana de la figura, de radio r tal que $r_1 < r < r_2$, se tiene que



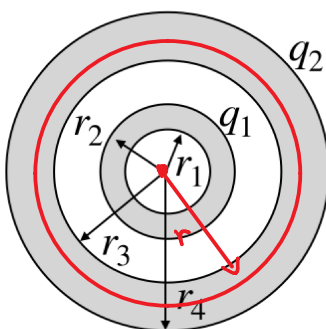
$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q(r=r_1)}{\epsilon_0} \Leftrightarrow Q(r=r_1) = 0$$

$0, \vec{E}=0$

Como en la superficie interior ($r=r_1$) no hay carga, toda la carga debe estar en la superficie exterior ($r=r_2$)

$$\Rightarrow Q(r=r_2) = q_1$$

Luego, considerando la misma esfera, pero con $r_3 < r < r_4$, nuevamente se tendrá que



$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow Q_{enc} = 0$$

$0, \vec{E}=0$

La carga encerrada por la esfera gaussiana consta de la carga en $r=r_2$ y en $r=r_3$, tal que

$$Q_{enc} = Q(r=r_2) + Q(r=r_3) \stackrel{!}{=} 0 \quad / Q(r=r_2) = q_1$$

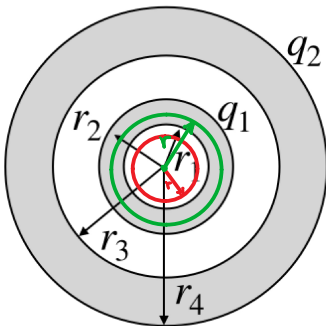
$$\Leftrightarrow Q(r=r_3) = -q_1$$

Finalmente, como el casquete exterior tiene carga q_2 , y esta está en sus superficies, se tiene que

$$Q(r=r_3) + Q(r=r_4) \stackrel{!}{=} q_2$$

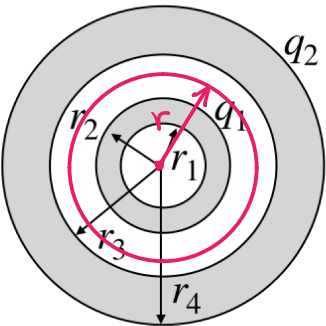
$$\Leftrightarrow Q(r=r_4) = q_1 + q_2$$

b) Mediante la ley de Gauss, es posible determinar $\vec{E} = E(r)\hat{r}$ (simetría) en todo el espacio. Utilizando una esfera gaussiana de radio r arbitrario tal $r < r_1$



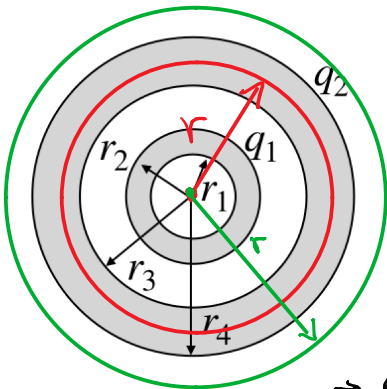
$$r < r_1 \quad Q_{enc} = 0 \Rightarrow \vec{E}(r < r_1) = 0$$

$$r_1 < r < r_2 \quad \vec{E}(r_1 < r < r_2) = 0 \quad (\text{dentro del conductor})$$



$$r_2 < r < r_3 \quad Q_{enc} = q_1 ; \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \cdot A = 4\pi r^2 E(r)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{q_1}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E}(r_2 < r < r_3) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$



$$r_3 < r < r_4 \quad \vec{E}(r_3 < r < r_4) = 0 \quad (\text{dentro del conductor})$$

$$r > r_4 \quad Q_{enc} = q_1 + q_2 ; \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \cdot A = 4\pi r^2 E(r)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \vec{E}(r > r_4) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

Una vez calculado el campo en $\forall$ zona del espacio, calculamos el potencial en $\forall$ de estas zonas (de afuera hacia adentro).

$$r > r_4$$

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad / d\vec{l} = dr \hat{r}$$

$$= - \int_{\infty}^r \vec{E}(r > r_4) \cdot dr \hat{r} = - \int_{\infty}^r \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r} = - \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow V(r > r_4) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r_3 < r < r_4$$

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad / d\vec{l} = dr \hat{r}$$

$$= - \int_{\infty}^{r_4} \vec{E}(r > r_4) \cdot dr \hat{r} - \int_{r_4}^r \vec{E}(r_3 < r < r_4) \cdot dr \hat{r}$$

$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4}$, integral calculada antes

$$\Leftrightarrow V(r_3 < r < r_4) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4}$$

$$r_2 < r < r_3$$

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad / d\vec{l} = dr \hat{r}$$

$$= - \int_{\infty}^{r_4} \vec{E}(r > r_4) \cdot dr \hat{r} - \int_{r_4}^{r_3} \vec{E}(r_3 < r < r_4) \cdot dr \hat{r} - \int_{r_3}^r \vec{E}(r_2 < r < r_3) \cdot dr \hat{r}$$

$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4}$, integral calculada antes

$$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4} - \int_{r_3}^r \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_3}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_3} \right)$$

$$\Leftrightarrow V(r_2 < r < r_3) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right) + \frac{q_2}{r_4} \right]$$

$r < r_2$ | Como $\vec{E}(r < r_1) = 0$ y $\vec{E}(r_1 < r < r_2) = 0 \Rightarrow \vec{E}(r < r_2) = 0$ lo que simplifica mucho el desarrollo. Así

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad / d\vec{l} = dr \hat{r}$$

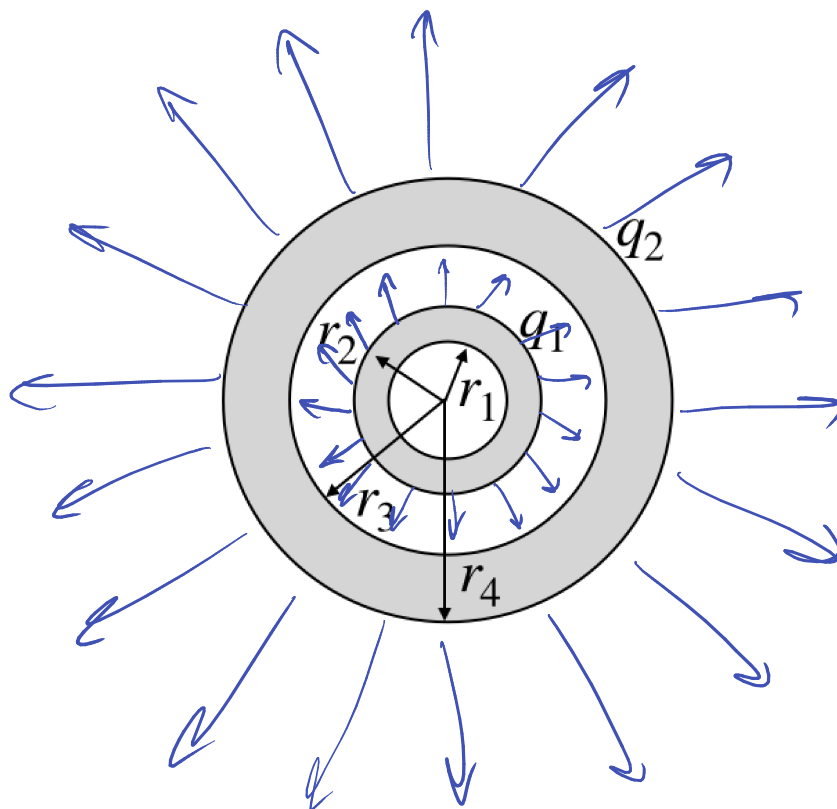
$$= - \int_{\infty}^{r_4} \vec{E}(r > r_4) \cdot dr \hat{r} - \int_{r_4}^{r_3} \vec{E}(r_3 < r < r_4) \cdot dr \hat{r} - \int_{r_3}^{r_2} \vec{E}(r_2 < r < r_3) \cdot dr \hat{r} - \int_{r_3}^{r_2} \vec{E}(r < r_2) \cdot dr \hat{r}$$

$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4}$, integral calculada antes
 $= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$, integral calculada antes

$$= \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r_4} + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$$

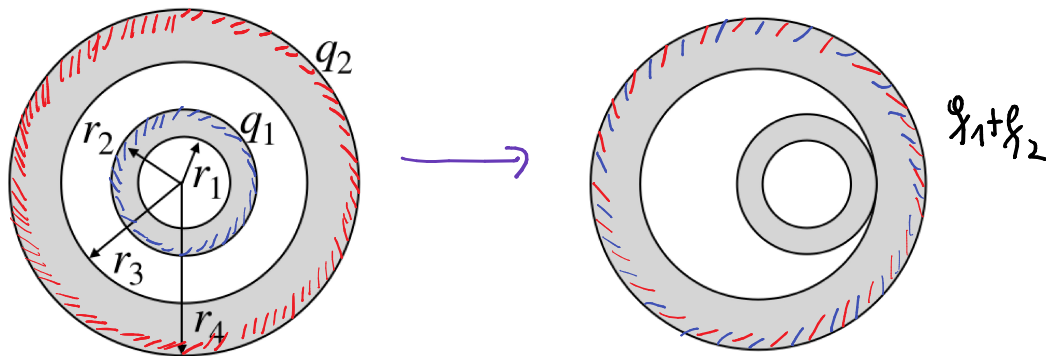
$$\Leftrightarrow V(r < r_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right) + \frac{q_2}{r_4} \right]$$

Finalmente, las líneas de campo se ven como sigue



Notar que son radiales hacia afuera ($\vec{E} = E(r)\hat{r}$), y que no hay dentro de los conductores ($\vec{E} = 0$ dentro de ellos).

- c) Cuando el cascarón interior entra en contacto con el exterior, al ser materiales conductores, la carga del cascarón interior fluirá libremente hasta localizarse en la superficie más exterior del cascarón. Lo descrito anteriormente se visualiza en el siguiente dibujo



En consecuencia, la carga q_1 presente en la superficie del cascarón se desplaza a la superficie del cascarón exterior. Luego, para la carga encerrada por la esfera gaussiana usada anteriormente, se cumple que

$$Q_{enc} = \begin{cases} 0, & r < r_4 \\ q_1 + q_2, & r > r_4 \end{cases}$$

- d) De esta manera, existen 2 posibles valores para el campo eléctrico

$r < r_4$ $Q_{enc} = 0 \Rightarrow \vec{E}(r < r_4) = 0$

$r > r_4$ $Q_{enc} = q_1 + q_2$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \cdot 4\pi r^2$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(r > r_4) = \frac{q_1 + q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

Luego, en esta nueva configuración, las líneas de campo se ven como sigue

