FI2002-6 Electromagnetismo
Profesor: Héctor Alarcón
Auxiliares: José Luis López & Tomás Vatel
Ayudante: Felipe Montecinos

Auxiliar #4: Medios Materiales y Condensadores

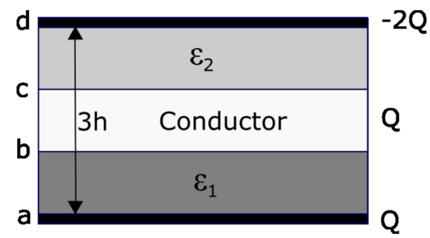
6 de septiembre de 2022

P1. Se tienen dos placas cuadradas de $a \times a$, separadas por una distancia $3h$ (con $3h \ll a$). El conductor inferior posee una carga Q, mientras que el superior una carga $-2Q$. El espacio entre las placas contiene un material dieléctrico de constante ε_1 hasta la altura h. Luego, entre h y $2h$ hay un material con carga neta Q. Finalmente, entre las alturas $2h$ y $3h$ hay un material dieléctrico de constante dieléctrica ε_2, con $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$.

a) Calcule los campos eléctricos y vectores desplazamiento, y el potencial entre las placas.

b) Calcule las densidades superficiales de carga libre y de polarización.

c) Encuentre las capacitancias C_{ab}, C_{cd} y C_{ad}. Comente respecto de esta última.



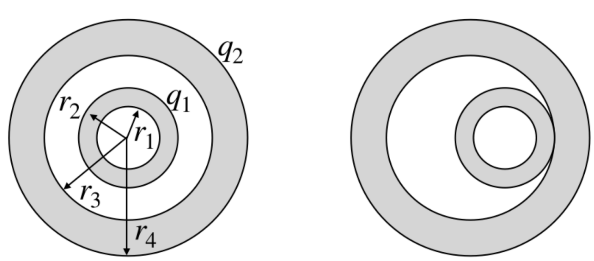
P2. Considere un cascarón esférico conductor aislado de radios interno r_1 y externo r_2, con una carga neta q_1. En el exterior de este, se encuentra otro cascarón esférico conductor aislado de radios interno r_3 y externo r_4, con carga neta q_2. Suponiendo que el sistema está en equilibrio electrostático:

a) Determine la carga total en cada superficie de los conductores (interna y externa) en función de q_1 y q_2.

b) Calcule el campo y potencial eléctricos en todo el espacio. Dibuje las líneas de campo eléctrico.

c) Si se desplaza el cascarón interior de forma que toque la pared interior del cascarón externo. Indique la carga que queda ahora acumulada en cada superficie una vez alcanzado el equilibrio electrostático.

d) Determine el nuevo campo eléctrico en todo el espacio y dibuje las lineas de campo correspondientes.



Resumen:

- **Conductores:** Permiten fácilmente la conducción de electricidad, pues los electrones fluyen libremente por el material. La principal característica de estos es que **el campo eléctrico es nulo dentro de ellos**. Como consecuencia de esto, **la carga se acumula únicamente en sus superficies**, denominada carga libre; además, **el campo siempre es perpendicular a la superficie del conductor**.
- **Dieléctricos:** Comúnmente conocidos como aislantes, dado que no tienen electrones libres, no conducen electricidad. Las moléculas que las conforman, en presencia de un campo eléctrico, se alinean, dando lugar a propiedades eléctricas interesantes.
  - Carga ligada: El alineamiento antes mencionado del material causa el **alineamiento de los dipolos** (moléculas) que conforman el material, dando origen así a una **polarización neta** $\vec{P}$. Esto causa que **en el material aparezcan cargas ligadas**, que se calculan mediante

    $$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} \qquad\qquad \rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} \tag{1}$$

  - Desplazamiento eléctrico: El **efecto neto del campo eléctrico que siente el material, junto a su polarización**, se puede capturar adecuadamente mediante el vector desplazamiento $\vec{D}$, que se calcula como

    $$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{2}$$

    En materiales homogéneos (lineales), se cumple que $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ y entonces:

    $$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{3}$$

    donde $\varepsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e)$ corresponde a la **constante dieléctrica del material**. Esto modifica la Ley de Gauss, tal que esta ahora es

    $$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{enc}} \qquad\qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_{\text{libre}} \tag{4}$$

- **Condensadores:** Son arreglos de conductores separados por un dieléctrico, los cuales tienen la capacidad de almacenar carga. El **potencial es proporcional a la carga almacenada**, y a la constante de proporcionalidad se le llama **capacitancia** C [F], de manera que

  $$C = \frac{Q}{V} \tag{5}$$

  El valor de C no depende del voltaje ni de la carga, sino que **depende puramente de la geometría del arreglo de los conductores**. Como los condensadores almacenan carga, se dicen que **almacenan energía en forma de campo eléctrico**. La energía W que almacenan se puede obtener mediante

  $$W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \iiint \vec{E} \cdot \vec{D} dV \tag{6}$$