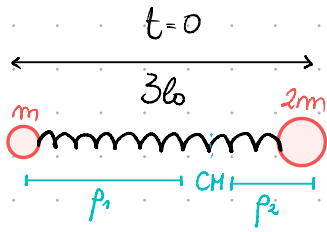


P3



a) Inicialmente, colocando $\vec{R}_{cm}$ en el origen de nuestro sist. de referencia

$$\vec{R}_{cm} = \frac{1}{3m} (m(-p_1)\hat{i} + 2mp_2\hat{i}) = 0\hat{i}$$

$$\Rightarrow 2p_2 = p_1 \quad \text{en } t=0 \quad (1)$$

Además, tenemos que $p_2 + p_1 = 3l_0 \Rightarrow p_1 = 3l_0 - p_2$

$$(1) \Rightarrow 2p_2 = 3l_0 - p_2$$

$$\Leftrightarrow p_2 = l_0 \Rightarrow p_1 = 2l_0$$

Para calcular la velocidad del CM usamos

$$\vec{v}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{v}_i$$

$$t=0 \rightarrow \vec{v}_{cm,0} = \frac{1}{3m} (m(-v_0)\hat{i} + 2mv_0\hat{i})$$

$$= \frac{v_0}{3} \hat{i}$$

Como no hay fuerzas externas (el resorte es interna), en $\hat{i}$, esta velocidad es constante

b) La energía cinética asociada al CM es

$$K_{cm} = \frac{1}{2} M |\vec{v}_{cm}|^2$$

$$= \frac{1}{6} m v_0^2$$

y la energía cinética asociada al movimiento de las masas c/r al CM la podemos calcular utilizando la energía cinética total

$$K = K_{cm} + K_p$$

$$\text{con } K = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} 2m v_0^2 = \frac{3}{2} m v_0^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} m v_0^2 = \frac{1}{6} m v_0^2 + \sum \frac{1}{2} m_i \dot{p}_i^2$$

$$\Rightarrow \sum \frac{m_i}{2} \dot{p}_i^2 = \frac{4}{3} m v_0^2$$

c) Expresamos la energía mecánica (que se conserva)

$$E = K_{cm} + K_p + U$$

$$= \frac{1}{6} m v_0^2 + \frac{1}{2} m \dot{p}_1^2 + \frac{1}{2} 2m \dot{p}_2^2 + \frac{1}{2} k (p_1 + p_2 - l_0)^2$$

Como U_{cm} es constante, podemos definir que $\vec{R}_{cm} = 0\hat{i} \forall t$, por lo que siempre tendremos la relación

$$2p_2 = p_1 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2\dot{p}_2 = \dot{p}_1 \quad \forall t$$

reemplazamos

$$\Rightarrow E = \frac{1}{6} m v_0^2 + \frac{1}{2} m \dot{p}_1^2 + \frac{1}{2} 2m \frac{\dot{p}_1^2}{4} + \frac{1}{2} k \left(\frac{3p_1}{2} - l_0 \right)^2$$

$$= \frac{1}{6} m v_0^2 + \frac{3}{4} m \dot{p}_1^2 + \frac{1}{2} k \left(\frac{3p_1}{2} - l_0 \right)^2$$

En los momentos de máxima y mínima compresión $\dot{p}_1 = 0$. Además, tenemos que como se conserva la energía

$$E_0 = \frac{3}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} k (3l_0 - l_0)^2$$

$$= \frac{3}{2} m v_0^2 + 2k l_0^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} m v_0^2 + 2k l_0^2 = \frac{1}{6} m v_0^2 + \cancel{\frac{3}{4} m \dot{p}_1^2} + \frac{1}{2} k \left(\frac{3p_1}{2} - l_0 \right)^2 \quad \text{:= } \delta$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} k \delta^2 = -\frac{4}{3} m v_0^2 + 2k l_0^2$$

$$\Leftrightarrow \delta_{1,2} = \pm \sqrt{4l_0^2 - \frac{8}{3} \frac{m}{k} v_0^2} = x - l_0, \text{ con } x = p_1 + p_2, \text{ la compresión}$$

∴ La máxima compresión es $x_{\max} = l_0 + \sqrt{4l_0^2 - \frac{8}{3} \frac{m}{k} v_0^2}$ y la mínima

$$x_{\min} = l_0 - \sqrt{4l_0^2 - \frac{8}{3} \frac{m}{k} v_0^2}$$