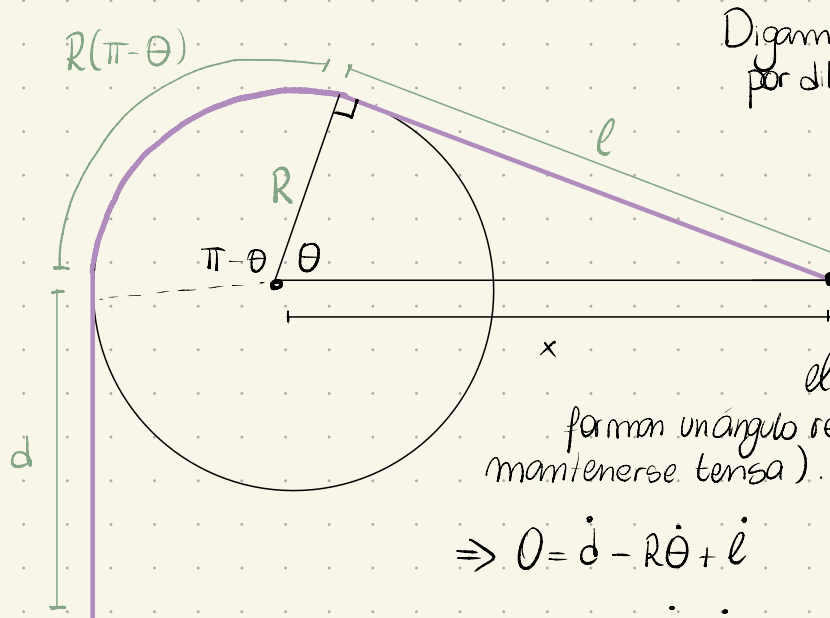


Ejercicio 1

P1



Digamos que la cuerda tiene un largo L constante, por dibujo tenemos que

$$L_0 = d + R(\pi - \theta) + l \quad (1)$$

donde θ es el ángulo medido desde la horizontal hasta el punto en el que la cuerda ya no está tocando el cilindro (en este punto el radio y la cuerda forman un ángulo recto, ya que la cuerda se despegó tangente al mantenerse tensa). Derivando (1) con respecto al tiempo

$$\Rightarrow 0 = \dot{d} - R\dot{\theta} + \dot{l} \quad (\text{notar que eliminamos } L_0, \text{ que no conocíamos})$$

$$= u - R\dot{\theta} + \dot{l} \quad (2)$$

donde tenemos que $R^2 + l^2 = x^2 \Rightarrow l = +\sqrt{x^2 - R^2} \Rightarrow \dot{l} = \frac{x\dot{x}}{\sqrt{x^2 - R^2}}$ y también tenemos para el ángulo

$$\theta = \arcsin\left(\frac{l}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{x^2 - R^2}}{x}\right)$$

recordar $\frac{d(\arcsin(y))}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \dot{y}$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \left(1 - \left(\frac{x^2 - R^2}{x^2}\right)\right)^{-1/2} \cdot \frac{1}{x^2} \left(\frac{x^2 \dot{x}}{\sqrt{x^2 - R^2}} - \sqrt{x^2 - R^2} \dot{x}\right)$$

$$= \frac{x}{R} \dot{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - R^2}} - \frac{\sqrt{x^2 - R^2}}{x^2}\right)$$

$$= \frac{x\dot{x}}{R} \left(\frac{x^2 - x^2 + R^2}{\sqrt{x^2 - R^2} x^2}\right)$$

$$= \frac{\dot{x} R}{\sqrt{x^2 - R^2} x}$$

reemplazando en (2)

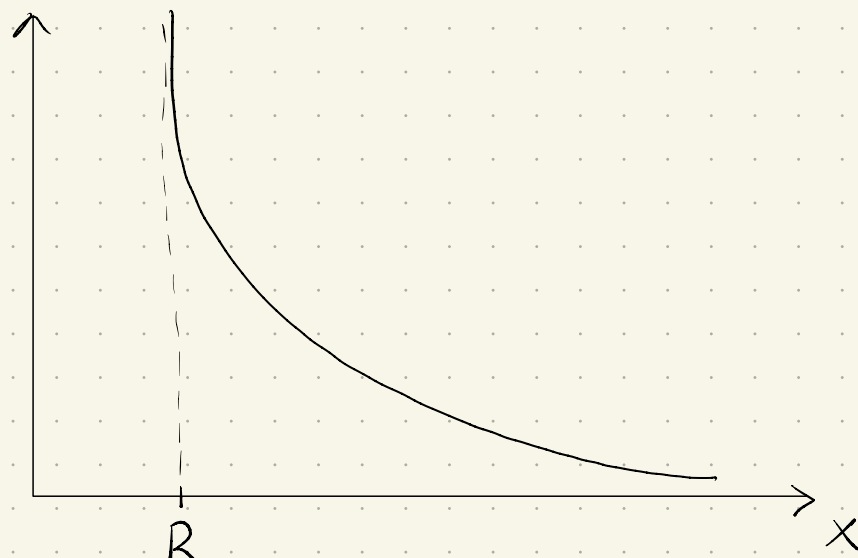
$$0 = u - \frac{\dot{x} R^2}{\sqrt{x^2 - R^2} x} + \frac{x\dot{x}}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

$$\Leftrightarrow \dot{x} \left[\frac{-R^2 + x^2}{\sqrt{x^2 - R^2} \cdot x} \right] = -u$$

$$\Leftrightarrow \dot{x}(x) = -u \frac{\sqrt{x^2 - R^2} x}{x^2 - R^2} = \frac{-u \cdot x}{\sqrt{x^2 - R^2}}$$

Gráficoando esto

$$\frac{\dot{x}}{-u}$$



aquí $\dot{x}$ explota