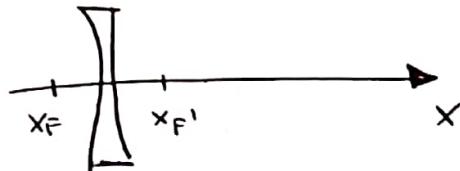
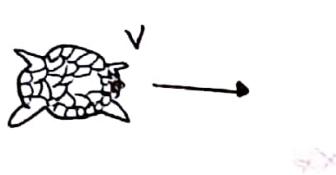


# Problema Auxiliar 9

P1)

Tenemos una tortuga acercándose a una lente convergente con velocidad  $v$ .



a) ¿Cómo es la velocidad de la imagen?

→ Para saber esto realizaremos lo siguiente

① Ec. de formación de lentes

② Despejamos  $x_{\text{Imagen}}$  o derivamos ecuación

③ Derivamos

o despejamos  $\dot{x}_{\text{Imagen}}$ .

→ ① Ec.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{x_{obj}} + \frac{1}{x_{im}} = \frac{1}{x_{ef}} \end{array} \right\}$$

② Derivamos respecto al tiempo

$$\frac{d}{dt} \left( -\frac{1}{x_{obj}} + \frac{1}{x_{im}} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{x_{ef}} \right)$$

$$-\underbrace{\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{x_{obj}} \right)}_{\text{es cte}} + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{x_{im}} \right) = 0$$

$$-\left( -\frac{1}{x_{obj}^2} \cdot \dot{x}_{obj} \right) + \left( \frac{-1}{x_{im}^2} \cdot \dot{x}_{imj} \right) = 0$$

regla de la cociente ojo!

$$\frac{\dot{x}_{obj}}{x_{obj}^2} - \frac{\dot{x}_{imj}}{x_{imj}^2} = 0$$

$$\dot{x}_{imj} = \frac{x_{obj}^2}{x_{imj}^2} \cdot \dot{x}_{obj}$$

$$\dot{x}_{imj} = \left( \underbrace{\frac{x_{obj}}{x_{im}}}_M \right)^2 \cdot \begin{matrix} \dot{x}_{obj} \\ " \\ v \end{matrix}$$

$$\boxed{\dot{x}_{im} = M^2 \cdot v} \quad \therefore \text{es diferente}$$

b) analógamente, es distintos, solo que  $\rightarrow$  tiene otro sentido

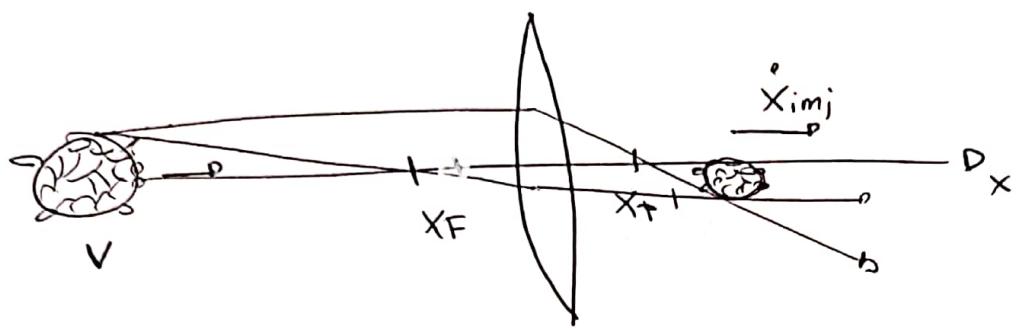
$$\rightarrow \dot{x}_{im} = -M^2 v$$

c) ¿En qué dirección se mueve la imagen? { se acerca o se aleja de la lente?

$\rightarrow$  obtuvimos que  $\dot{x}_{im} = M^2 \cdot v$  y como nuestro sistema indica que hacia la derecha es positivo  $\Rightarrow$  se mueve siempre hacia la derecha

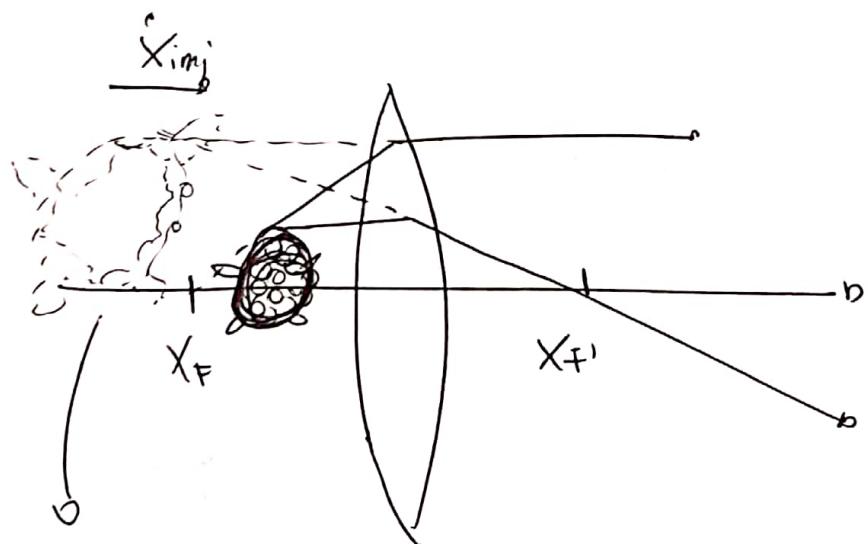
Pero...

Mismo la tortuga está detrás del foco



Se aleja.

Mismo la tortuga está adelante del foco

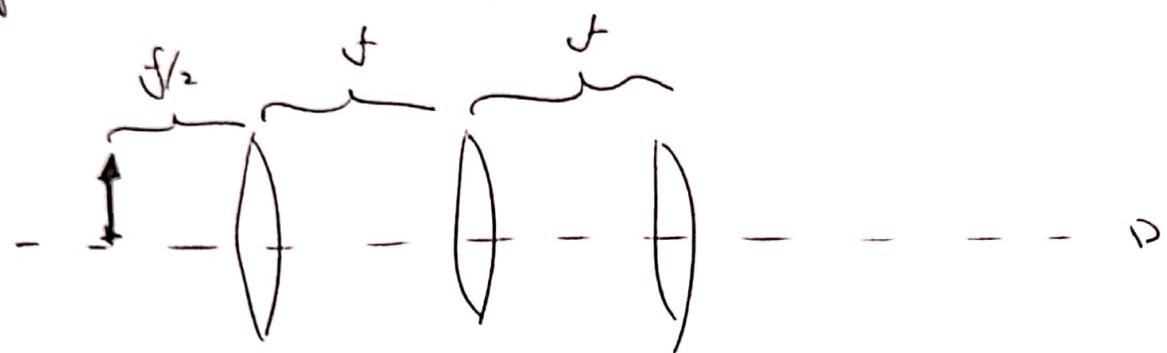


La imagen se forma detrás y se mueve a la derecha  
∴ se acerca!

→ depende de la pos. del objeto si se  
acercó o alejó.

P2)

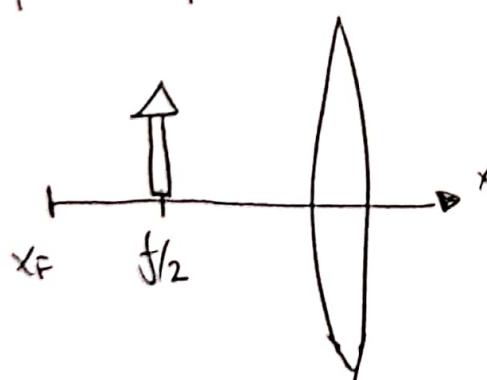
Tenemos 3 lentes convergentes de largo focal  $f$ , separadas a distancia  $f$



Para resolver el ejercicio debemos aplicar la ley del fabricante de lente en 3 ocasiones! (para cada lente)

$$x_F = -f$$

→ para el primero:



$$\frac{1}{x_{\text{obj}}} + \frac{1}{x_{\text{im}}} = \frac{1}{f}$$

en este caso  $x_{\text{obj}} = -f/2$

$$f = +f$$

queda:

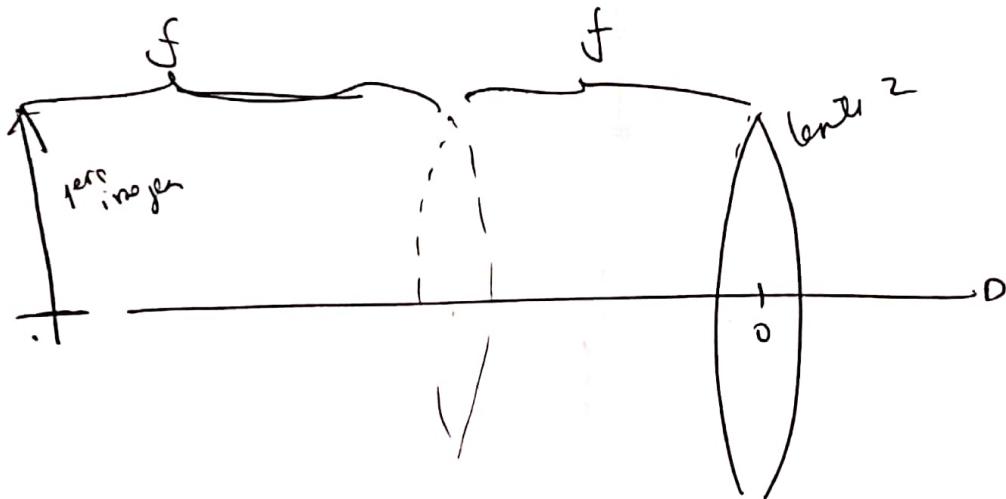
$$\frac{2}{f} + \frac{1}{x_{\text{im}}} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{2}{f} + \frac{1}{x_{\text{img}}} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{x_{\text{img}}} = -\frac{1}{f} \Rightarrow x_{\text{img}} = -f$$

→ Primera imagen es a  $-f$  del primer lente

→ Vemos a la  $2^{\text{da}}$ .



$$-\frac{1}{x_{\text{obj}}} + \frac{1}{x_{\text{img}}} = \frac{1}{f}$$

$$x_{\text{obj}} = -2f$$

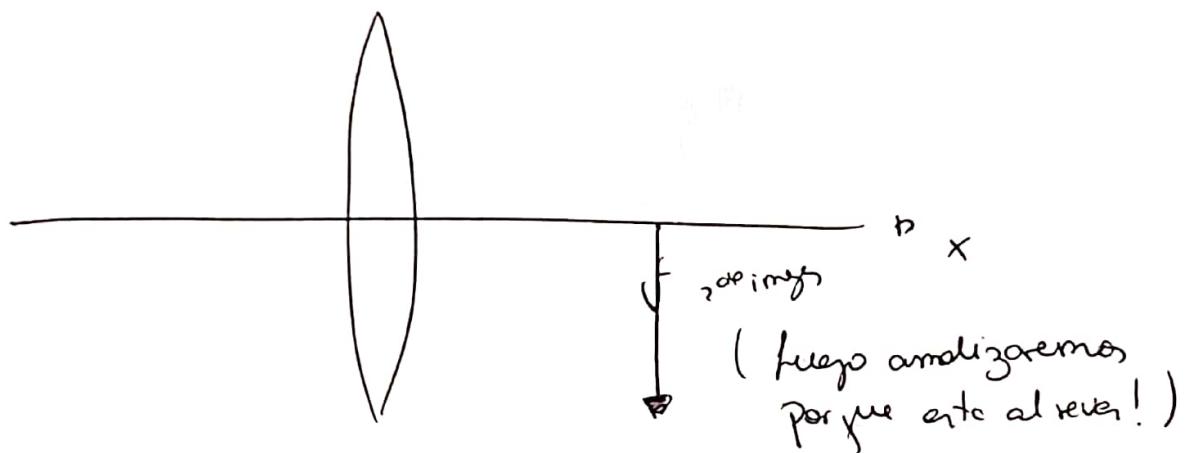
$$f = f$$

$$\rightarrow \frac{1}{2f} + \frac{1}{x_{\text{img}}} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{x_{\text{img}}} = \frac{1}{2f}$$

$$\rightarrow x_{\text{img}} = 2f$$

$\Rightarrow$  la 2<sup>da</sup> imagen es a  $2f$  del segundo lente  
es decir, a  $f$  a la derecha del tercer lente



$$\rightarrow \frac{-1}{x_{obj}} + \frac{1}{x_{img}} = \frac{1}{f} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_{obj} = f \\ f = f \end{array} \right.$$

$$-\frac{1}{f} + \frac{1}{x_{img}} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{x_{img}} = \frac{2}{f} \quad | \boxed{x_{img} = f/2}$$

↓  
Imagen final!!

→ la imagen final está a una distancia  $f/2$  a la derecha ~~y~~ de la 3<sup>ra</sup> lente.

- Veremos si la imagen es derecha o invertida.

→ la 1<sup>ra</sup> imagen queda a  $-f$  del 1<sup>er</sup> lente

$$\rightarrow x_{im} = -f$$

como  $M = \frac{x_{im}}{x_{obj}} = \frac{-f}{-f/2} = 2 \rightarrow 1^{\text{ra}} \text{ imagen ero } \underline{\text{derecha}}$

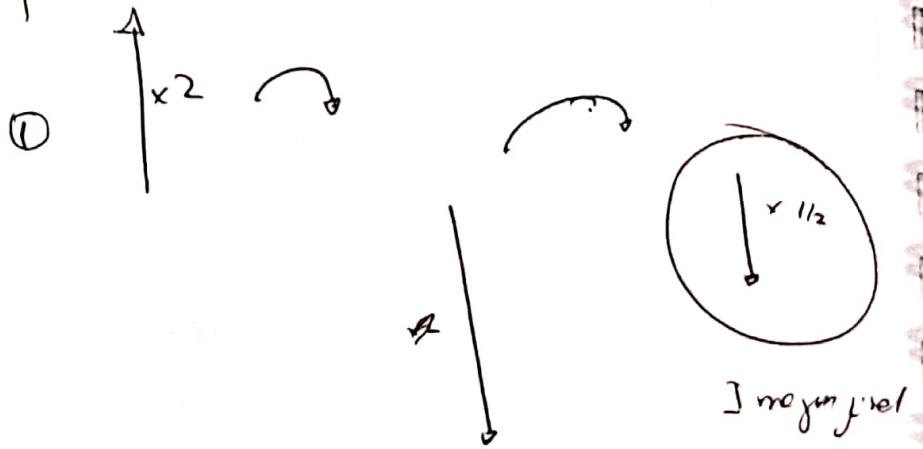
→ 2<sup>da</sup> imagen queda a  $2f$  del 2<sup>do</sup> lente y la imagen objeto estaba a  $-2f$

$$\rightarrow M = \frac{x_{im}}{x_{obj}} = \frac{2f}{-2f} = -1 \rightarrow \underline{\text{inversa}}$$

→ 3<sup>ra</sup> imagen queda a  $f/2$  del 3<sup>er</sup> lente y su objeto estaba a  $f$  →  $M = \frac{f/2}{f} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{derecha}$ .

- entonces . . .
- 1) Primero x arriba ( $M=2$ ) y derecha
  - 2) luego x izquierda ( $M=-1$ )
  - 3) luego x izquierda a la mitad ( $M=1/2$ )

o sea que el vector velocidad es:

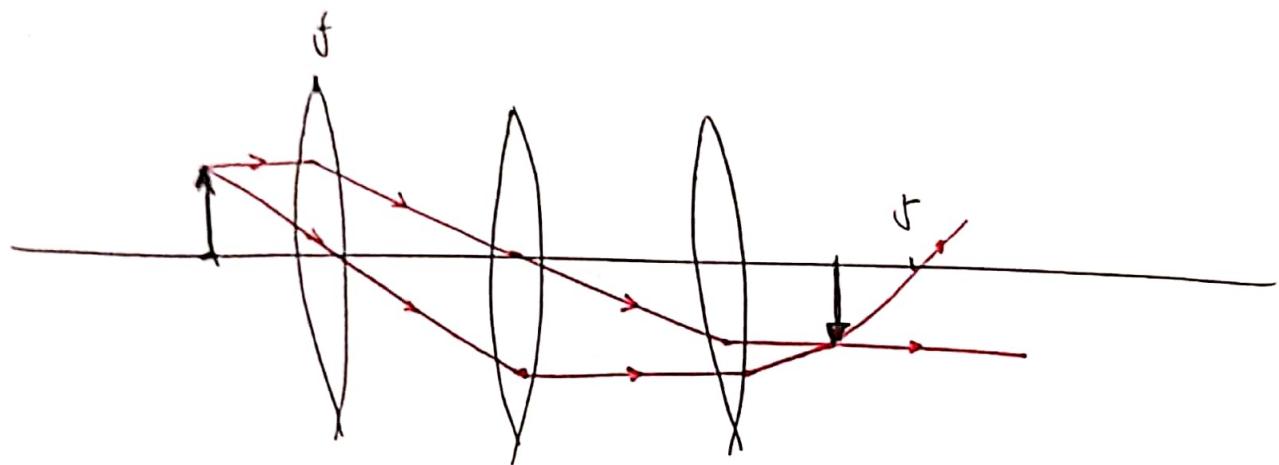


Otra forma de verlo es calcular la  $M$  total.

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3$$

$$= 2 \cdot -1 \cdot 1/2 = -1 \rightarrow \text{reinventivo y minimo tamaño.}$$

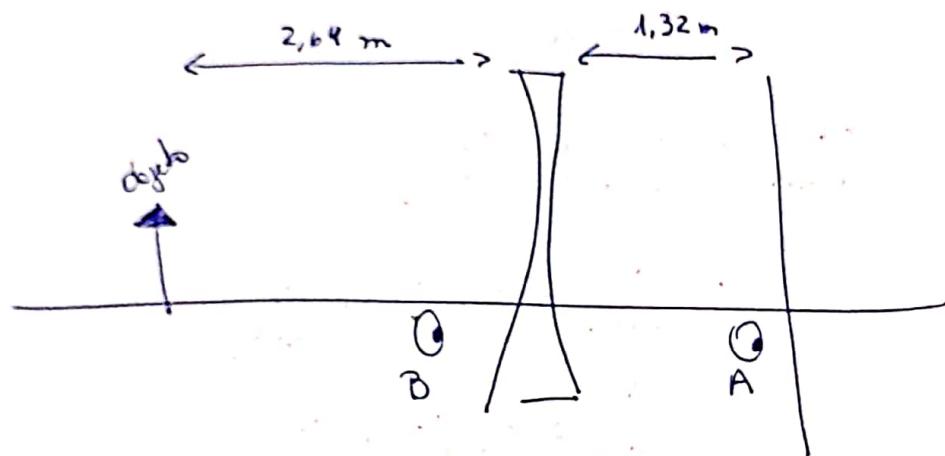
ahora los rayos:



→ imagen real! es formada por los rayos!

P3

Tenemos lo siguiente:



- Necesitamos encontrar la imagen vista por el ojo A.

→ ¿Qué medida?

los rayos del objeto pasan a través del lente y los rayos del objeto pasan a través del lente y forman una imagen. Esta imagen vale de objeto nuevo y juntos con el espejo forman la imagen final.

→ 1erº veamos el trayecto producido por el lente

Aplicamos ec:

$$-\frac{1}{x_{obj}} + \frac{1}{x_{im}} = \frac{1}{f}$$

$$x_{obj} = -2,64$$

$$f = -f = -1,32 \text{ (lente divergente)}$$

sigue que la 1<sup>era</sup> imagen

$$\frac{1}{+2,64} + \frac{1}{x_{im}} = \frac{-1}{f}$$

$$\frac{1}{x_{im}} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{2,64}\right)$$

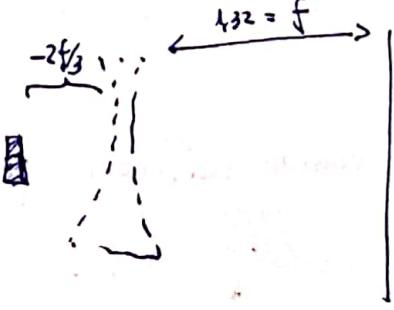
$$\frac{1}{x_{im}} = -\left(\frac{1}{1,32} + \frac{1}{2,64}\right)$$

$$\frac{1}{x_{im}} = -\left(\frac{2}{2,64} + \frac{1}{2,64}\right)$$

$$\frac{1}{x_{im}} = -\left(\frac{3}{2,64}\right)$$

$$x_{im} = -\frac{2,64}{3} = -\frac{2f}{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_{im} = -\frac{2f}{3} \\ \end{array} \right.$$

luego esta imagen toca como objeto y se formaría una imagen final en el espejo

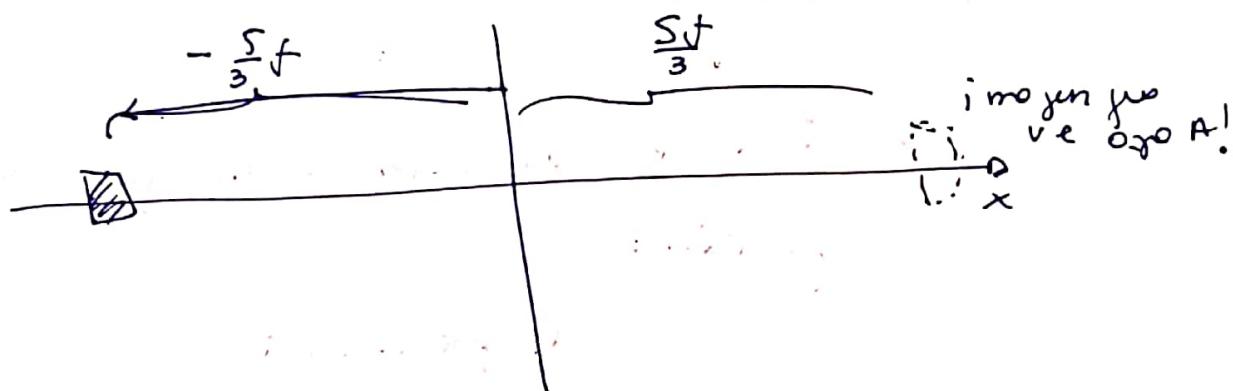


Es decir, nuestro nuevo objeto entra a:

$$\underbrace{(-\frac{2}{3}f - f)}_{3} \text{ del espejo}$$

$$-\frac{5}{3}f \text{ del espejo}$$

→ reprojectado en el espejo en  $+\frac{5}{3}f$



→ A, ve una imagen a  $\frac{5}{3} \cdot 1,32 \text{ m}$  del espejo!

- Para encontrar la Magnificación veamos como se magnifica tras pasar por la lente y luego espejo

$$M = M_1 \cdot M_2$$

$$= \frac{-2f/3}{f} \cdot \frac{-(-5f)}{\frac{5}{3}f}$$

$$\boxed{(M = 1/3)}$$

$$M_1 = \frac{x_{im}}{x_{obj}}$$

$$M_2 = \frac{-x_{im}}{x_{dej}}$$

$$M = \frac{1}{3} \therefore \text{la imagen recibió } \frac{1}{3} \text{ de la magnitud del objeto, y viene invertida!}$$

- A hora nos piden repetir todo para el ojo B

Notemos que para que el ojo B vea la imagen pasará algo distintivo que con A.

→ Para B los rayos de luz que emergen al objeto pasaron:

1) por la lente

2) por el ojo

3) por la lente oculares!

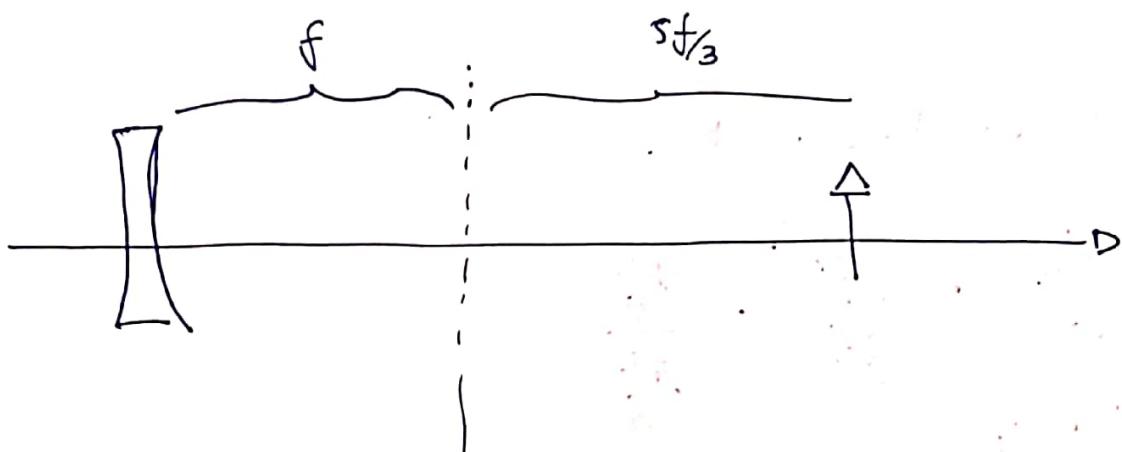
⇒ lo que B ve es la imagen que reformó después de pasar por la lente oculares.

Debeno tener lo mismo que en A:

con el primer lente →  $x_{im} = -\frac{2f}{3}$  al lado de la lente

luego el ojo →  $x_{im} = \frac{5f}{3}$  al ojo

Falto lo ultimo:



→ ec. de enfoque

$$-\frac{1}{s_{obj}} + \frac{1}{s_{im}} = \frac{1}{f}$$

$$s_{obj} = f + \frac{2f}{3} = \frac{8f}{3}$$

$f = -f$  (avergato)

$$-\frac{3}{8f} + \frac{1}{s_{im}} = -\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s_{im}} = \frac{3}{8f} - \frac{1}{f}$$

$$= \frac{3}{8f} - \frac{8}{8f}$$

$$\frac{1}{s_{im}} = -\frac{5}{8f}$$

$$s_{im} = -\frac{8f}{5}$$

la imagen final que ve B  
esta  $-\frac{8f}{5}$  de la lente!

Por ultimo veamos la magnificación

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3$$

$$= \frac{+2f/3}{+2f} \cdot \frac{-(-5f)}{5f} \cdot \frac{-8f}{8f}$$
$$= \frac{1}{3} \cdot -\frac{3}{5}$$

$$\boxed{M = -\frac{1}{5}} \rightarrow \text{Imagen final esta achicada un } \frac{1}{5} \text{ y al revés.}$$