

Pauta Aux 1

P11

1) $f(x) = x \sqrt{1+x^2}$

→ $f'(x) = x' \cdot \sqrt{1+x^2} + x \cdot (\sqrt{1+x^2})'$ (regla de la cadena)

$(1)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+x^2)^{\frac{1}{2}} + x \cdot \frac{1}{2} (1+x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1+x^2)'$

$(1)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+x^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{x}{2\sqrt{1+x^2}} \cdot 2x$

$(1)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+x^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} //$

2) $f(x) = \sin(\sin(\sin(x)))$

→ $f'(x) = (\sin(\sin(\sin(x))))'$ (regla de la cadena)

$= \cos(\sin(\sin(x))) \cdot (\sin(\sin(x)))'$

$= \cos(\sin(x)) \cdot (\sin(x))'$

$= \cos(\sin(x)) \cdot \cos(x)$

$//$

$$3) f(x) = \sin(\cos^2(x)) \cdot \cos(\sin^2(x))$$

$$\rightarrow f'(x) = (\sin(\cos^2(x)))' \cdot \cos(\sin^2(x)) + \sin(\cos^2(x)) \cdot (\cos(\sin^2(x)))'$$

regra multiplicación

Donde

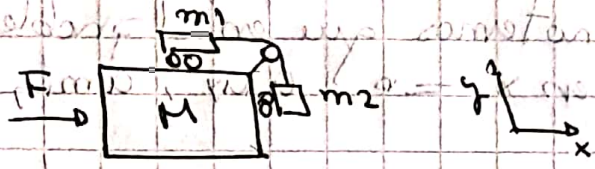
$$\begin{aligned} (\sin(\cos^2(x)))' &= \cos(\cos^2(x)) \cdot (\cos^2(x))' \\ &= 2 \cos(x) \cdot (\cos(x))' \\ &= -2 \cos(x) \sin(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\sin^2(x))' &= -\sin(\sin^2(x)) \cdot (\sin^2(x))' \\ &= -2 \sin(x) \cdot (\sin(x))' \\ &= -2 \sin(x) \cos(x) \end{aligned}$$

$\rightarrow$

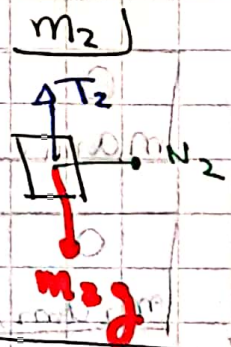
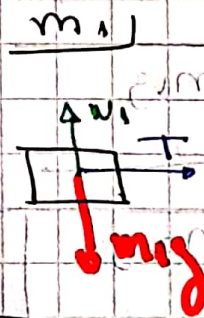
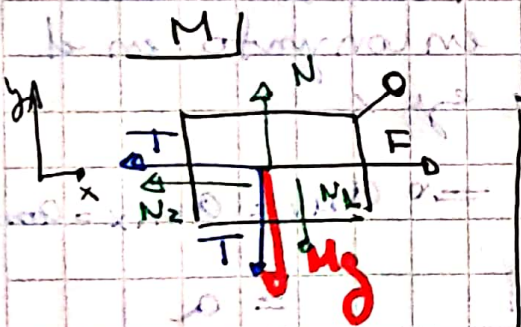
$$\begin{aligned} f'(x) &= -2 \cos(\cos^2(x)) \cos(x) \cdot \sin(x) \cdot \cos(\sin^2(x)) + \\ &\quad - 2 \sin(\sin^2(x)) \cos(x) \cdot \sin(x) \cdot \sin(\cos^2(x)) // \end{aligned}$$

P2]

Tenemos el sistema: 

y queremos encontrar F tal que m_2 y m_1 no se mueven respecto a M .

1) DCL:



N : normal del piso a M

N_1 : normal superficie m_1, M

T : aplicada por a M

N_2 : normal superficie m_2, M

2) 2ª ley de Newton:

$$\sum F_x = m a_x$$

$$\sum F_y = m a_y$$

donde a_{mx} , a_{my} , a_{m1x} , a_{m1y} , a_{m2x} , a_{m2y} son aceleraciones!

$$\begin{cases} M \cdot a_{My} = N - T - Mg - N_1 \\ M \cdot a_{Mx} = F - T - N_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 a_{m1y} = N_1 - m_1 g \\ m_1 a_{m1x} = T \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2 a_{m2y} = T - m_2 g \\ m_2 a_{m2x} = N_2 \end{cases}$$

Ahora notemos que en el problema M y m_1 solo pueden moverse en $x \Rightarrow a_{Mx}, a_{m_1x} = 0$

Además, para lograr lo que buscamos (que m_1 y m_2 no se muevan respecto a M) debemos imponer que m_2 no se mueva hacia arriba o abajo $\Rightarrow a_{m_2y} = 0$

Entonces las ecuaciones pueden

$$\begin{array}{l} 0 = N - T - M g - N_1 \\ M a_x = F - T - N_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 = N_1 - m_1 g \\ m_1 a_{mx} = T \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 = T - m_2 g \\ m_2 a_{mx} = N_2 \end{array}$$

Todo se mueve en conjunto en el eje x
 $\Rightarrow a_{Mx} = a_{m_1x} = a_{mx} = a_{m_2x} = a$
 (solo notación)

$$\begin{array}{l} 0 = N - T - M g - N_1 \\ M a = F - T - N_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 = N_1 - m_1 g \\ m_1 a = T \end{array} \rightarrow \boxed{N_1 = m_1 g}$$

$$\begin{array}{l} 0 = T - m_2 g \\ m_2 a = N_2 \end{array} \rightarrow \boxed{T = m_2 g}$$

luego, como $m_1 a = T$, $T = m_2 g$

$$m_1 a = m_2 g$$

$$\boxed{a = \frac{m_2 g}{m_1}}$$

Usando $a = \frac{m_2 g}{m_1}$, $T = m_2 g$, $N_2 = m_2 \cdot a$
 $= \frac{m_2^2 g}{m_1}$

en $M a = F - T - N_2$

quedo:

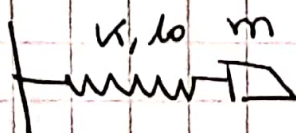
$$M \cdot \frac{m_2 g}{m_1} = F - m_2 g - \frac{m_2^2 g}{m_1}$$

$$F = \frac{M m_2 g}{m_1} + m_2 g + \frac{m_2^2 g}{m_1}$$

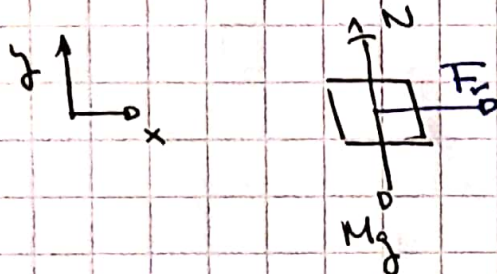
$$\boxed{F = \frac{m_2 g}{m_1} (M + m_1 + m_2)}$$

P3)

Tenemos



1) Diagrama de cuerpo libre:



2) Hacemos newton:

$$\sum F_x = m a_x$$

$$\sum F_y = m a_y$$

$$\rightarrow m a_y = N - m g \quad (\text{pero no se mueve en } y \Rightarrow a_y = 0)$$

$$\rightarrow m a_x = F_x$$

$$m a_x = -k x$$

notemos que $a_x = \ddot{x}$ (2da derivada de x)

$$\rightarrow m \ddot{x} = -k x, \text{ veamos si } x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \text{ es solución}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = -A \omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A \omega^2 \cos(\omega t + \phi) \rightarrow \text{usamos esto}$$

$$+ m \cdot A \omega^2 \cos(\omega t + \phi) = + k \cdot A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \left\{ \text{Si } \omega^2 = \frac{k}{m} \text{ es solución!} \right.$$

P4)

Tenemos nuestra Fuerza

$$F(r) = A(e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)})$$

a) la posición de equilibrio se logra cuando $F(r) = 0$

$$\rightarrow 0 = A(e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)})$$

$$e^{-2b(r-R_0)} = e^{-b(r-R_0)}$$

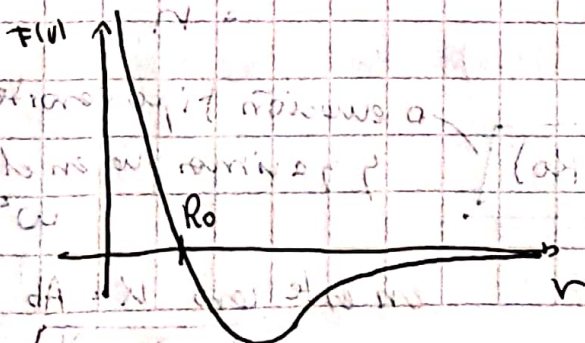
$$-2b(r-R_0) = -b(r-R_0)$$

$$-2r + 2R_0 = -r + R_0$$

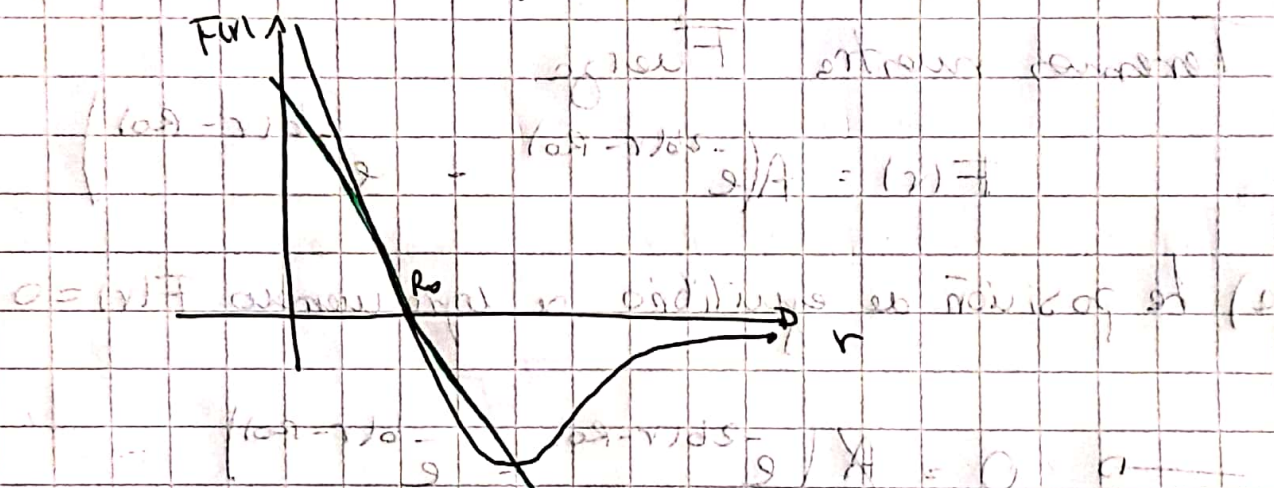
$$\boxed{r = R_0} \rightarrow \text{pos. de equilibrio}$$

b) Aquí realizaremos una aproximación lineal de esta Fuerza al rededor de (el punto) $(R_0, F(R_0))$

- Si graficamos la función F les daremos algo así:



→ entonces, se hace lo siguiente:



Esta recta es una aproximación a la función. Notemos que cerca de $r = R_0$ nos muy parecidas, pero lo que la aproximación sea válida solo por $r \sim R_0$.

Esta recta es del tipo $y = mx + n$ (recta)

(Siempre en un punto $m = g'(x) / \text{en el punto}$)

en este caso la Fuerza aproximada será:

$$F(r) \approx F'(R_0) \cdot (r - R_0)$$

$$= \underbrace{F'(R_0)}_{=m} \cdot r - \underbrace{F'(R_0) \cdot R_0}_{=n}$$

$$F'(r) = -Ab \text{ (calculando)}$$

$$\boxed{F(r) = -Ab(r - R_0)}$$

→ ecuación tipo resorte $F = -k/x$
y a un resorte en el resorte
 $\omega^2 = \frac{k}{m}$

en este caso $k = Ab$

$$\rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{Ab}{m}}$$