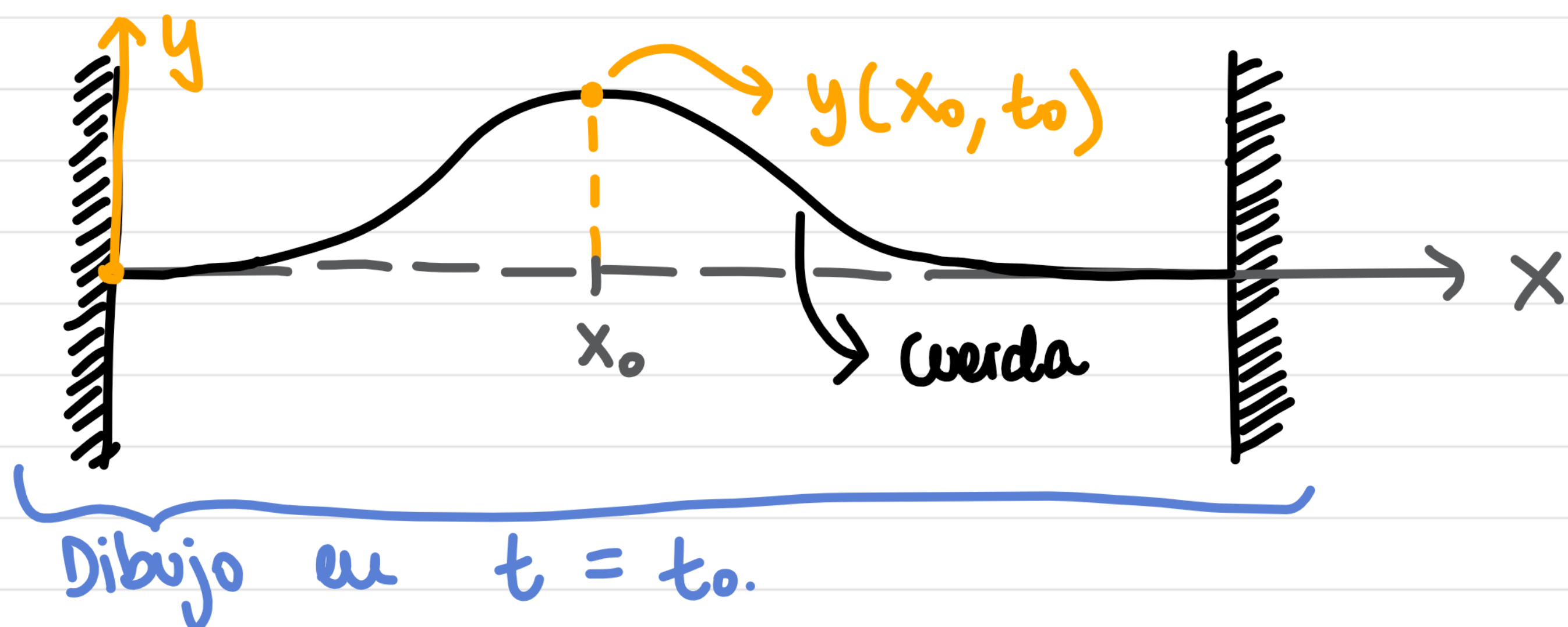


# Resumen: ONDAS

Oscilaciones que ocurren en sistemas extendidos (por ej: cuerdas).

La ecuación de ondas es:

$$(*) \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = c^2 \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$$



donde  $y(x, t)$  representa el desplazamiento vertical de la cuerda en la posición  $x$  y tiempo  $t$ , y  $c = \sqrt{T/\rho}$  es la velocidad de propagación de la onda:

$T$ : tensión de la cuerda.  
 $\rho$ : densidad lineal.

Solución de d'Alembert

## ¿Soluciones a (\*):

Cualquier función de la forma:  $y(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$  ←  
... es solución de la ecuación!

- $f(x - ct)$  representa una onda viajera hacia la derecha.
- $g(x + ct)$  " " " " " izquierda.

HOY:

- Velocidad vertical:  
(o transversal)

$$v_y = \frac{dy(x, t)}{dt} \rightarrow \text{no confundir con } c, \text{ que es la velocidad de propagación.}$$

→ Ej: Si  $y(x, t) = f(x - ct) \Rightarrow v_y = f' \cdot (-c) = -c \cdot f'$ .

## ONDAS ARMÓNICAS:

Cuando  $f(x)$  o  $g(x)$  son tipo  $\text{Acos}(kx)$  o  $\text{Bsen}(kx)$ .

- Por ej:  $y(x, t) = f(x - ct) = \text{Acos}(kx - \underbrace{k \cdot c \cdot t}_w)$  frec angular de la onda:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

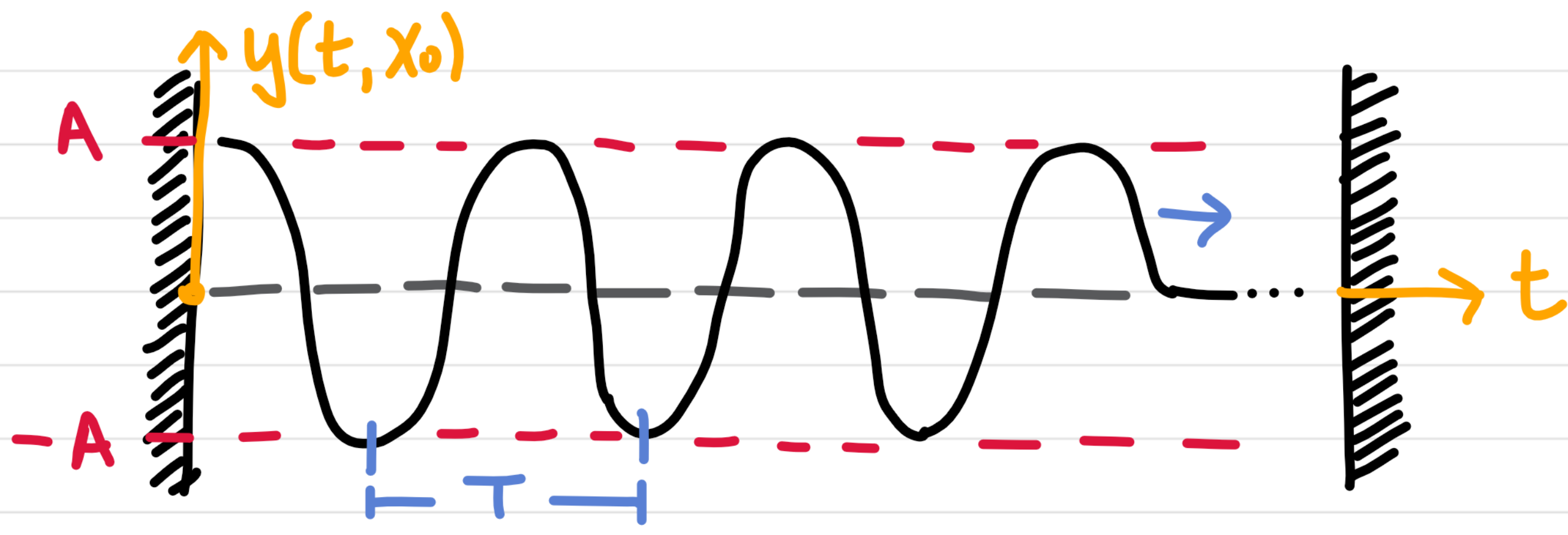
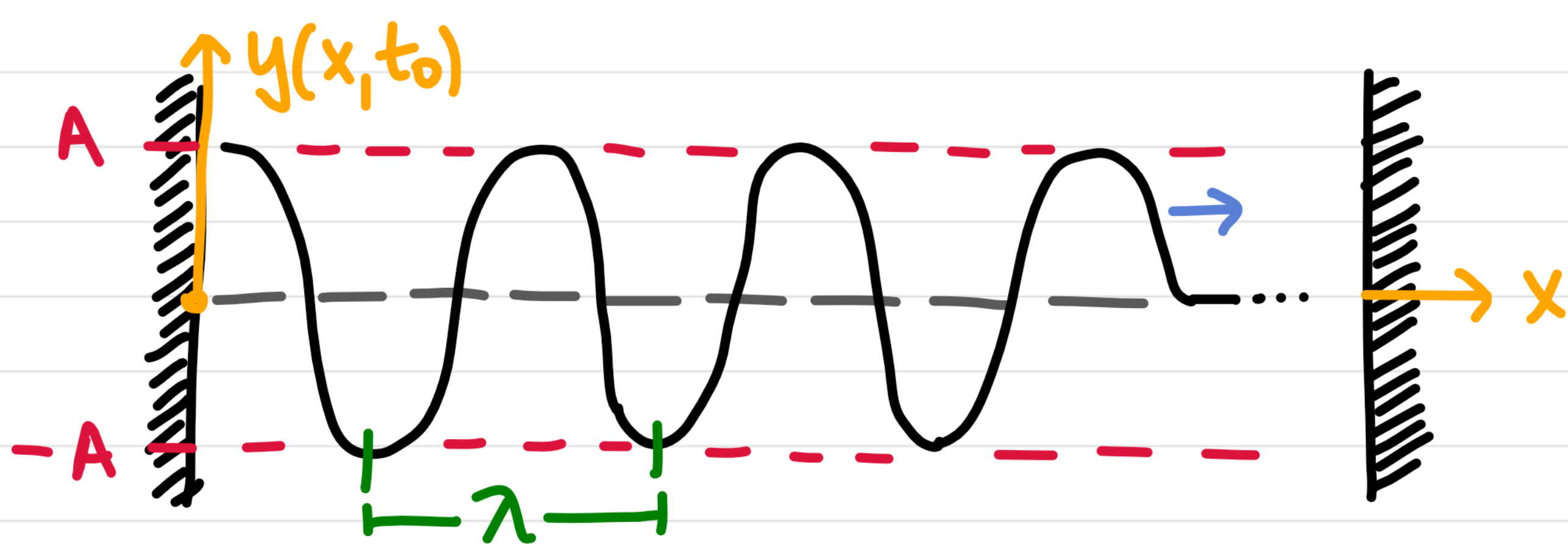
período

Por otro lado,  $k$  es el número de onda.

Es importante su relación con la longitud de onda  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

GRÁFICAMENTE:



## → CONDICIONES DE BORDE:

Supongamos que la cuerda tiene un borde en  $x = L$ :

- i) Borde fijo:  $y(x=L, t) \stackrel{!}{=} 0$

↳ se devuelve invertida!

- ii) Borde libre:  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} = 0$

↳ onda se devuelve no invertida.

Para imponerlas, suponer solución general:  $y(x, t) = \underbrace{A \cos(kx - \omega t)}_f + \underbrace{B \cos(kx + \omega t)}_g$   
imponer y analizar qué pasa!

Ejemplo visto en clases: 2 bordes fijos. Cuerda de largo  $L$ .

Al aplicar las CB., se obtiene:

$$y_n(x,t) = 2A \cdot \sin(k_n \cdot x) \cos(\omega_n \cdot t)$$

→ ECUACIÓN DE MODOS NORMALES.

...donde:

$$k_n = \frac{\pi n}{L}$$

$$\Rightarrow \lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2L}{n}$$

↳ Únicas posibles!

$$\omega_n = \frac{\pi c n}{L}$$

$$\Rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{c n}{2L}$$

↳ Únicas posibles!

...y las ondas en la cuerda son llamadas **ONDAS ESTACIONARIAS**.

• **Nota:**  $n = 1, 2, 3, \dots$  es el **número de modo normal**.

MODOS NORMALES GRÁFICAMENTE (bordes fijos):

● : **NODOS**.

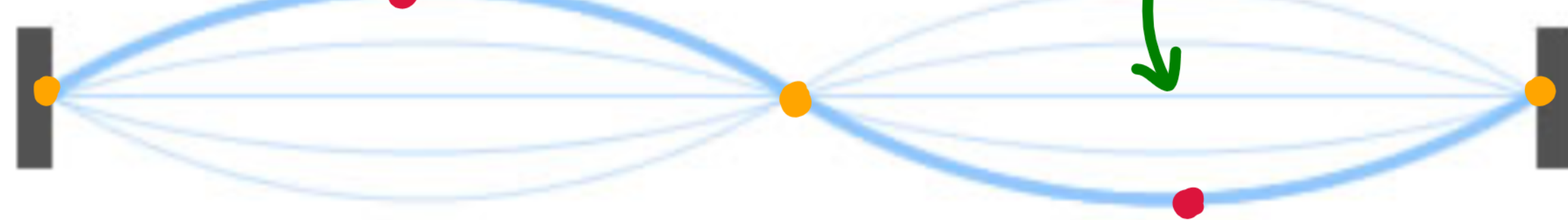
● : **ANTI NODOS**.

1<sup>er</sup> M.N.:



$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot L}{1} \quad f_1 = \frac{v}{2 \cdot L} \quad \left. \vphantom{\lambda_1} \right\} \text{frecuencia fundamental}$$

2<sup>do</sup> M.N.:



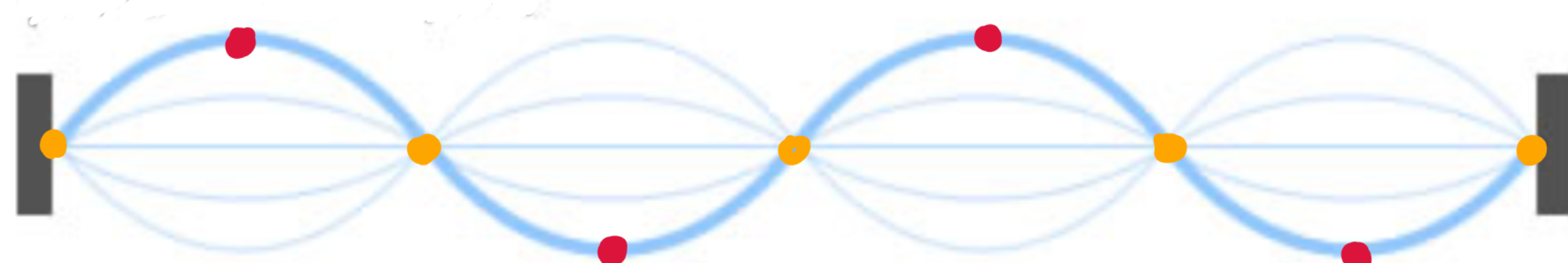
$$\lambda_2 = \frac{2 \cdot L}{2} \quad f_2 = 2 \cdot f_1 \quad \left. \vphantom{\lambda_2} \right\} \text{segundo armónico}$$

3<sup>er</sup> M.N.



$$\lambda_3 = \frac{2 \cdot L}{3} \quad f_3 = 3 \cdot f_1 \quad \left. \vphantom{\lambda_3} \right\} \text{tercer armónico}$$

4<sup>to</sup> M.N.



$$\lambda_4 = \frac{2 \cdot L}{4} \quad f_4 = 4 \cdot f_1 \quad \left. \vphantom{\lambda_4} \right\} \text{cuarto armónico}$$

⋮