Pauta Aux 5

P1)

a) Veamos que en el gráfico (a) que representa la posición $x = 5m$ en todos los tiempos. Podemos ver que en $t = 2\,sg$, está a una altura $= 0m$, y el único de todos los gráficos de b) que cumple con eso es **C**, por lo tanto **C**.

b) Amplitud en ambos gráficos se puede ver que llega a $2m \Rightarrow \boxed{A = 2m}$

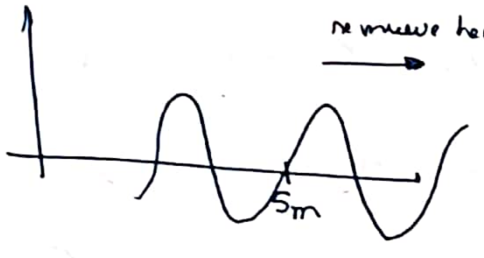
λ se ven en **C**. Podemos ver que en  $\Rightarrow \lambda = 4m$

T se ve en (a). Podemos ver que en  $\Rightarrow \boxed{T = 8\,sg}$

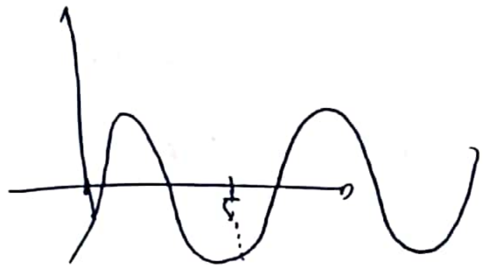
c) $v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{4m}{8\,sg} = \dfrac{1}{2}\ m/s$

d) Vemos que en C $(t=2)$ se ve que $x = 5m$ está en $0m$ de altura. Y en (a) se ve que a los $t = 3$ seg estará a una altura positiva.

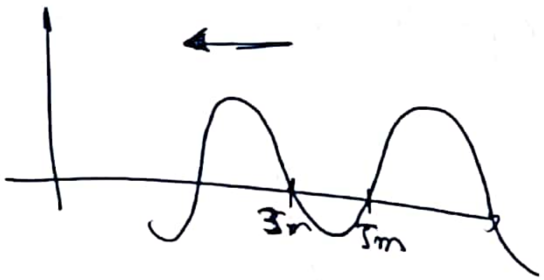
Luego si



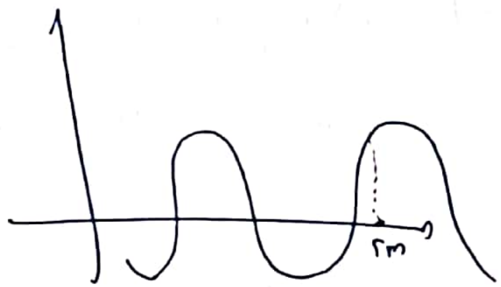
en un Δt estará en



en cambio si se mueve



en un Δt



e) Si escribimos la onda como:

$$y = A\,\mathrm{sen}(Kx + \omega t + \phi)$$

y sabemos que $y(x=5, t=0) = -A = -2m$

$$\Longrightarrow -2m = 2m \cdot \mathrm{Sen}(K \cdot 5 + 0 + \phi)$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

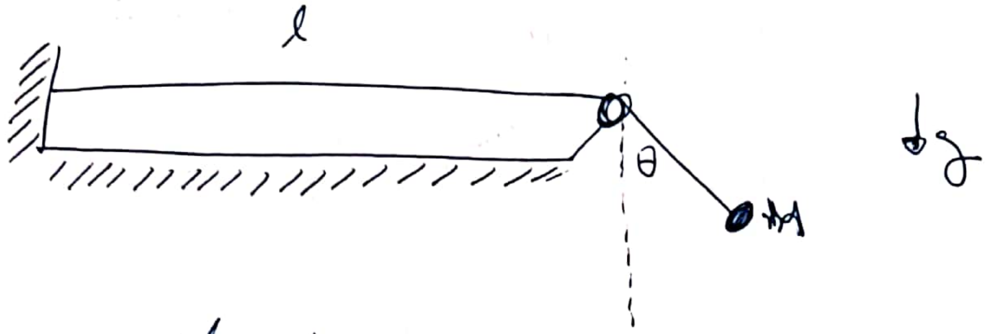
$$-2m = 2m \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{5\pi}{2} + \phi\right)$$

Para que sean iguales $\mathrm{sen}\left(\frac{5\pi}{2} + \phi\right) = -1$

$$\frac{5\pi}{2} + \phi = \frac{3\pi}{2} + \cancel{2\pi n}$$

$$\boxed{\phi = -\pi}$$

P2

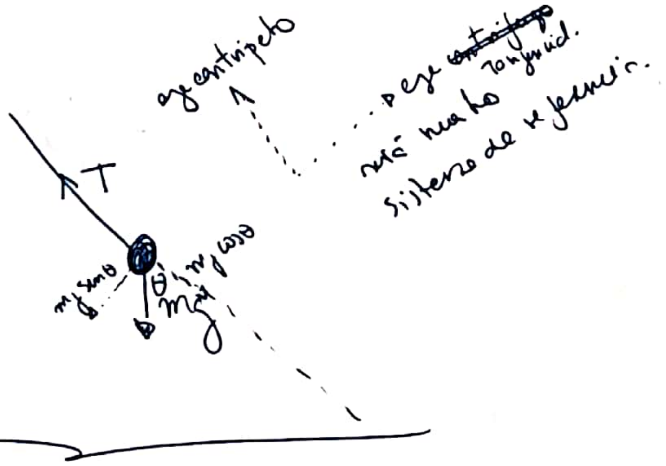


Queremos vel. del pulso cuando $\theta = \theta_{MAX}$, y cuando $\theta = 0$

$\longrightarrow$ $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ $\quad \boxed{\mu = \dfrac{m}{l}}$ densidad.

Falta encontrar T cuando $\theta = \theta_{MAX}$ y cuando $\theta = 0$

$\longrightarrow$ Para cualquiera de los dos casos hacemos DCL:



$$\boxed{\begin{aligned} M a_{centrípeta} &= T - Mg\cos\theta \quad (1) \\ M a_{\substack{\cancel{centrífuga} \\ tangencial}} &= -Mg\,\text{sen}\,\theta \quad (2) \end{aligned}}$$

→ el mov de m es circular → a centrípeta es la típica aceleración de un cuerpo con mov. circular

$$a_{cent} = \frac{v^2}{R}$$

→ $$\boxed{\cancel{M}\frac{v^2}{R} = T - mg\cos\theta}$$

Ahora, para $\theta = \theta_{MAX}$, $v = 0$, ya que parte del reposo

→ en θ_{MAX} $\boxed{T = Mg\cos\theta_{MAX}}$

en $\theta = 0$ v es máximo y debemos determinarlo.

→ usemos energía

$$\left.\begin{aligned} E_0 &= -MgR\cos\theta_{MAX} \\ E_f &= -MgR + \frac{mv^2}{R} \end{aligned}\right\} \boxed{v^2 = 2gR(1-\cos\theta_{MAX})}$$

$\underline{\text{en } \theta = 0}$,

$$\longrightarrow \frac{\cancel{M} v^2}{R} = T - \cancel{M} g \cancel{\cos\theta}^{1}$$

$$T = \frac{\cancel{M} v^2}{R} + \cancel{M} g$$

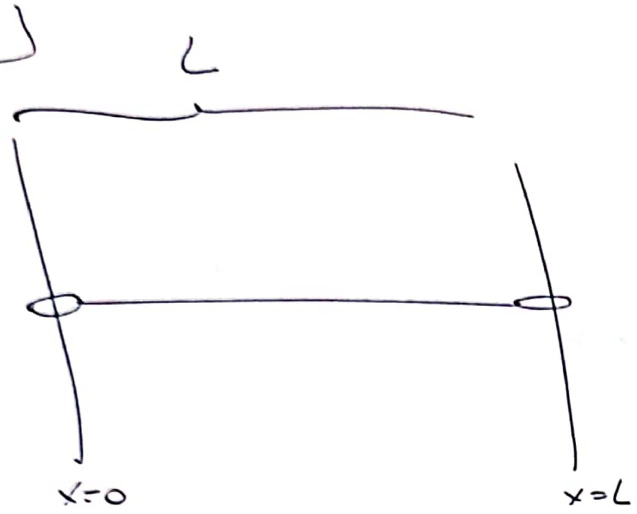
$$= \frac{\cancel{M}}{\cancel{R}} \cdot 2g\cancel{R}(1 - \cos\theta_{MAX}) + \cancel{M} g$$

$$\boxed{T = \cancel{M} g \,(3 - 2\cos\theta_{MAX})}$$

$\therefore$ ~~Por~~ en θ_{MAX} $\quad v = \sqrt{\dfrac{T}{m/l}} = \sqrt{\dfrac{\cancel{M} g \cos\theta_{MAX}}{m/l}} = \boxed{\sqrt{\dfrac{M}{m} lg\cos\theta_{MAX}}}$

en $\theta = 0$ $\quad v = \sqrt{\dfrac{T}{m/l}} = \sqrt{\dfrac{Mg(3 - 2\cos\theta_{MAX})}{m/l}} = \underbrace{\sqrt{\dfrac{M}{m} g\, l(3 - 2\cos\theta_{MAX})}}_{\text{es más veloz !}}$

P3)



a) C.B : tiene bordes libres

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial y}{\partial x}(x=0,t) = 0 \\ &\frac{\partial y}{\partial x}(x=L,t) = 0 \end{aligned}\right\} \text{C.B}$$

b) PDQ: $y_n(x,t) = B_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos(n\omega_1 t)$

$\omega_1 = \frac{\pi}{L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ y $n = 1, 2, \ldots$

$\Rightarrow$ Supongamos una solución general tipo

$$y(x,t) = \underbrace{A\cos(kx-\omega t)}_{\text{onda a la derecha}} + \underbrace{B\cos(kx+\omega t)}_{\text{onda a la izquierda.}}$$

$\rightarrow \dfrac{\partial y}{\partial x} = -k\left(A\,\text{sen}(kx-\omega t) + B\,\text{sen}(kx+\omega t)\right)$

imponemos los bordes libres:

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x=0) = 0 = -k\left(\underbrace{A\,\text{sen}(-\omega t)}_{\substack{= -A\,\text{sen}(\omega t) \\ \text{(seno es impar)}}} + B\,\text{sen}(\omega t)\right)$$

$$0 = -k\left(-A\,\text{sen}(\omega t) + B\,\text{sen}(\omega t)\right)$$

$$0 = -k\,\text{sen}(\omega t)\,(B-A)$$

$\longrightarrow B - A = 0$

$$\boxed{B = A}$$

Luego como $\boxed{A = B}$

$$y(x,t) = A\left(\cos(kx - \omega t) + \cos(kx + \omega t)\right)$$

Continuamos con la 2da condición de Borde:

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x=l) = 0 = -kA\left(\operatorname{sen}(kl - \omega t) + \operatorname{sen}(kl + \omega t)\right)$$

usando $\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \operatorname{sen}\beta$

queda

$$0 = -kA\left(\operatorname{sen}(kl)\cos(\omega t) - \cancel{\cos(kl)\operatorname{sen}(\omega t)} + \operatorname{sen}(kl)\cos(\omega t) + \cancel{\cos(kl)\operatorname{sen}(\omega t)}\right)$$

$$0 = -2kA \operatorname{sen}(kl)\cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(kl) = 0$$

$$kl = n\pi$$

$$\boxed{k = \frac{n\pi}{l}}$$

Solo falta obtener ω:

$$\omega = v \cdot k = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot k$$

$$= \sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot \frac{n\pi}{l}$$

$$= n \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot \frac{\pi}{l}}_{\omega_1}$$

$$= n\omega_1$$

luego todo queda

$$y = A\left(\cos\left(\frac{n\pi}{l}x - n\omega_1 t\right) + \cos\left(\frac{n\pi x}{l} + n\omega_1 t\right)\right)$$

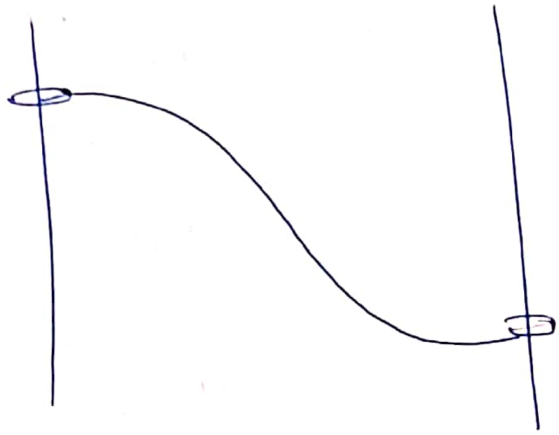
usando $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta$

queda

$$\underbrace{y(x,t)}_{= y_n(x,t) \text{ ya que depende de } n} = \overbrace{2A}^{B_n \text{ (en este caso } \underline{\text{no}} \text{ depende de } n)} \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \cdot \cos(n\omega_1 t)$$

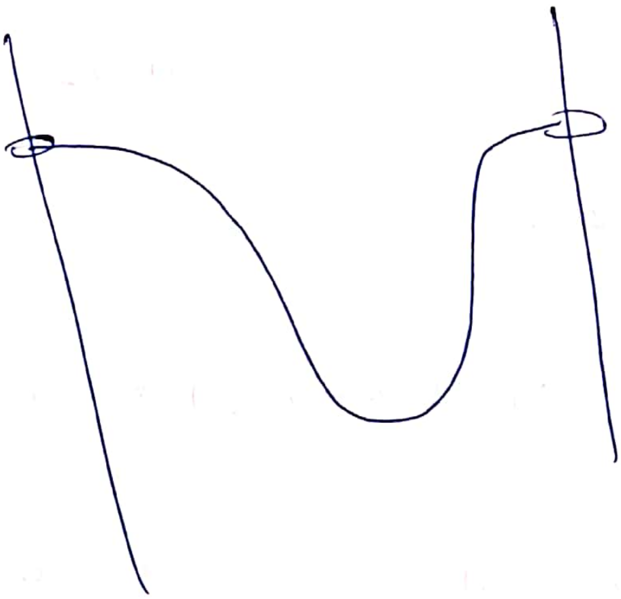
Modo normale:

$n=1)$



Viendo la función o por "cachetine"

$n=2$



$n=3)$