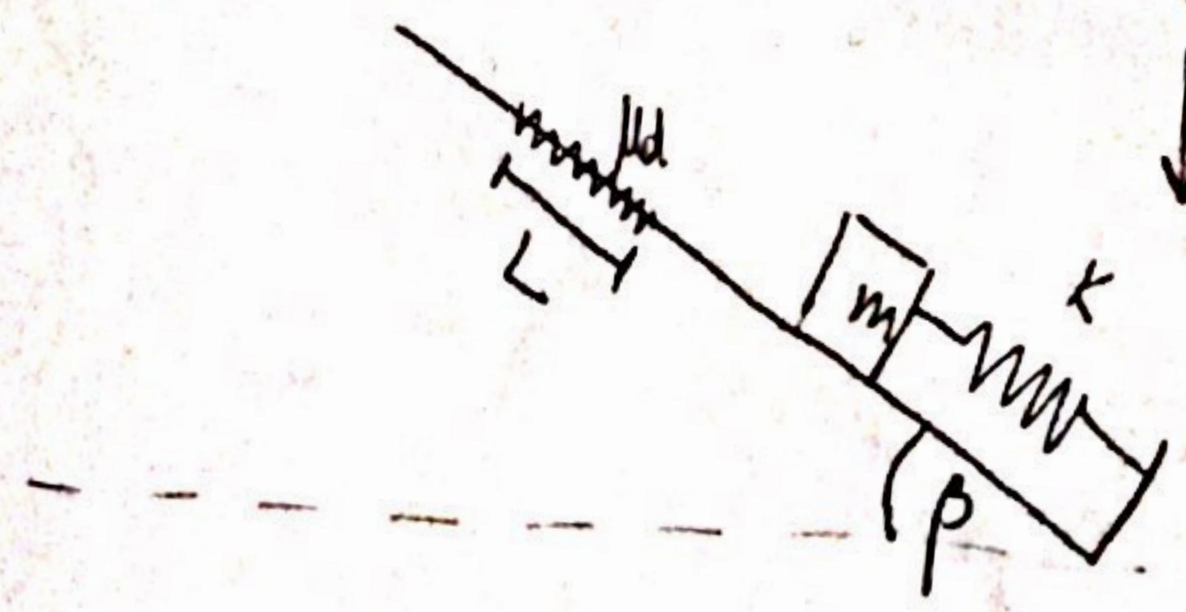
P4

Datos: $\Delta, m, L, \beta, K, \mu_d$



$\downarrow \vec{g}$ Encontrar compresión tq. la masa quede en reposo al volver.

→ Comenzamos estudiando la energía

Sabemos que en el trayecto de largo L hay roce ⇒ disipación de la energía. Dividiendo el movimiento en intervalos, tenemos lo sgte.:

1.- Antes de pasar por la superficie con roce: $E_i = E_f$

2.- Cuando pasa por la superficie con roce: $\Delta E \neq 0$

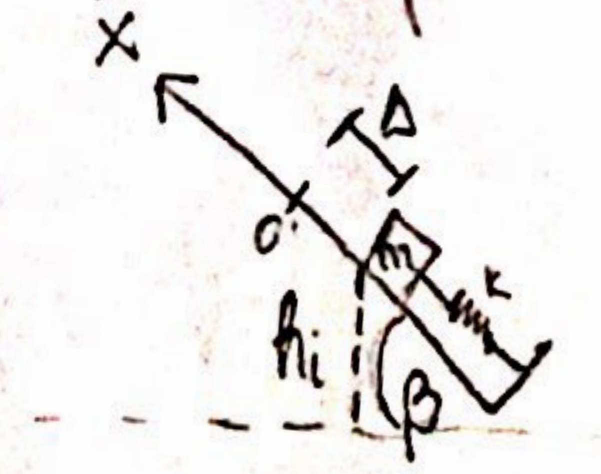
3.- Suponiendo que la masa llega más allá de la superficie con roce: $E_i = E_f$

4.- Al devolverse, vuelve a pasar por L: $\Delta E \neq 0$

5.- Cuando vuelve a comprimir al resorte: $E_i = E_f$

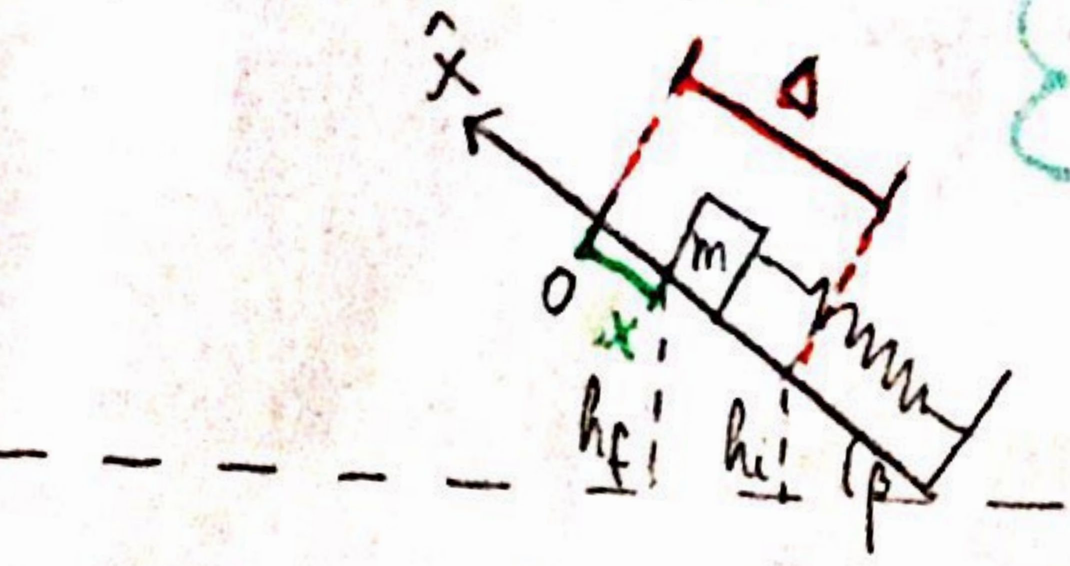
→ En vez de calcular las energías en cada intervalo, tomaremos la energía del punto de partida (cuando sale disparado) y del punto final (cuando la masa se devuelve y queda en reposo), sabiendo que entre ambos puntos hay pérdida de energía.

Nos dicen que el resorte está comprimido en una distancia Δ:



$$\Rightarrow E_i = U_g + U_e = mgh_i + \frac{1}{2}K\Delta^2$$

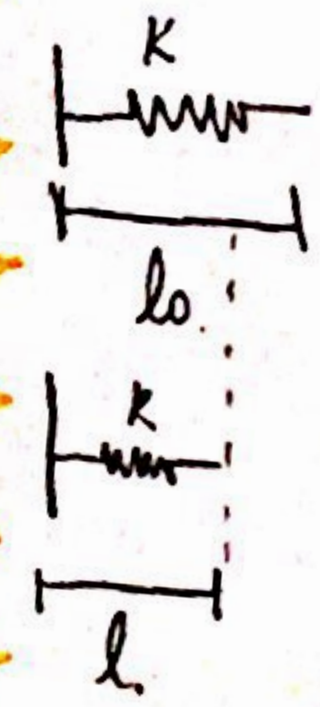
Al volver la masa:



$$E_f = U_g + U_e = mgh_f + \frac{1}{2}Kx^2$$

Recordando.

Cuando el resorte se comprime.

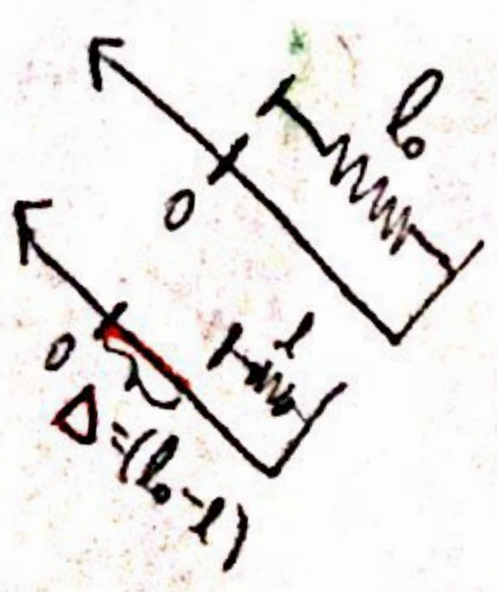


} largo natural

} compresión (longitud final)

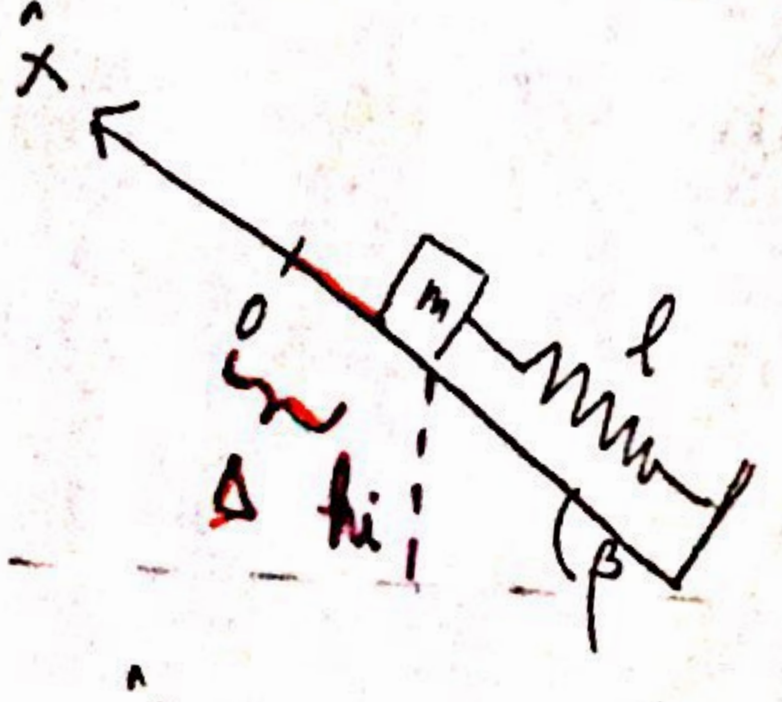
$\Rightarrow l_o > l$

No conocemos h_i, h_f: Como el resorte está comprimido en Δ, podemos verlo de la sgte. forma:



⇒

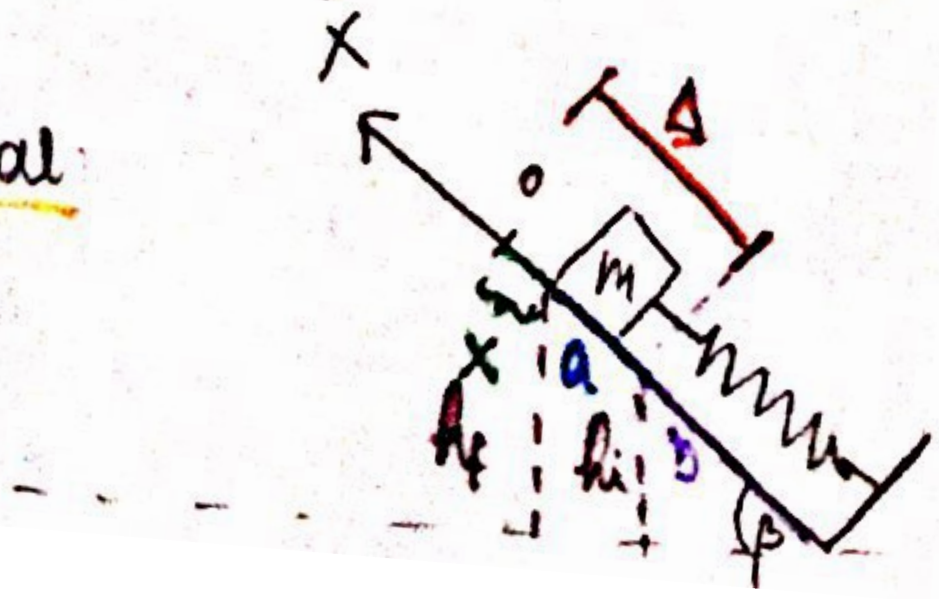
• Inicio:



$\operatorname{sen}\beta = \frac{h_i}{l}$ $\Rightarrow$ $\boxed{h_i = l\operatorname{sen}\beta}$

$l \rightarrow$ longitud final que no conocemos.

• Final:



$\operatorname{sen}\beta = \frac{h_f}{(a+b)}$ con $a = (\Delta - x)$, $b = l$

$$\Rightarrow \boxed{h_f = (\Delta - x)\operatorname{sen}\beta + l\operatorname{sen}\beta}$$

Ahora, como la masa pasa 2 veces por la superficie con roce (ida y vuelta):

- 1^{era} vez (ida): $W_{Fr1} = \vec{F}_r \cdot \vec{d} = -\mu_d \underbrace{(mg\cos\beta)}_{\substack{N = mg\cos\beta \\ (DCL)}} \hat{x} \cdot L\hat{x} = -\mu_d L mg\cos\beta.$

- 2^{da} vez (vuelta): $W_{Fr2} = \vec{F}_r \, \vec{d} = \mu_d (mg\cos\beta)\hat{x} \cdot (-L\hat{x}) = -\mu_d L mg\cos\beta.$

$$\Rightarrow W_{Fr} = -2\mu_d L mg\cos\beta$$

$$\therefore \boxed{E_f - E_i = W_{Fr}} \Leftrightarrow \cancel{mgl\,\mathrm{sen}\beta} + mg(\Delta - x)\mathrm{sen}\beta + \frac{1}{2}Kx^2 - \cancel{mgl\,\mathrm{sen}\beta} - \frac{1}{2}K\Delta^2 = -2\mu_d L mg\cos\beta$$

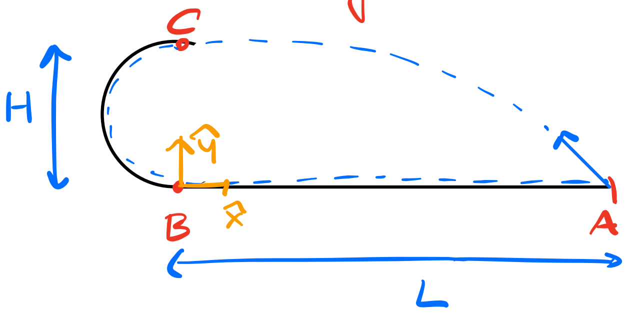
$$\Rightarrow \frac{1}{2}Kx^2 + mg(\Delta - x)\mathrm{sen}\beta - \frac{1}{2}K\Delta^2 + 2\mu_d L mg\cos\beta = 0.$$

$$\frac{1}{2}Kx^2 - mgx\,\mathrm{sen}\beta + \underbrace{mg\Delta\,\mathrm{sen}\beta - \frac{1}{2}K\Delta^2 + 2\mu_d L mg\cos\beta}_{C} = 0.$$ / Resolviendo para x

$$x = \frac{mg\,\mathrm{sen}\beta \pm \sqrt{(mg\,\mathrm{sen}\beta)^2 - 2KC}}{K}.$$

$$\therefore x = \frac{mg\,\mathrm{sen}\beta + \sqrt{(mg\,\mathrm{sen}\beta)^2 - 2K(mg\Delta\,\mathrm{sen}\beta - K\Delta^2/2 + 2\mu_d L mg\cos\beta)}}{K}$$ //

Cinemática-Energía:



$$\Rightarrow x(t) = L + V_{ox}\Delta t \quad ; \quad V_x(t) = V_{ox}$$
$$y(t) = V_{oy}\Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \quad ; \quad V_y(t) = V_{oy} - g\Delta t$$

En el punto C tendremos

$$(1)\ 0 = L - V_{ox}\overline{\Delta t} \quad ; \quad (3)\ V_C = V_{ox}$$
$$(2)\ H = V_{oy}\overline{\Delta t} - \frac{1}{2} g \overline{\Delta t}^2 \quad ; \quad (4)\ 0 = V_{oy} - g\overline{\Delta t}$$

$$(4) \to V_{oy} = g\overline{\Delta t} \overset{(2)}{\Rightarrow} H = g\overline{\Delta t}^2 - \frac{1}{2} g \overline{\Delta t}^2 = \frac{1}{2} g \overline{\Delta t}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{2H}{g}} = \overline{\Delta t} = t_{CA}} \quad ; \quad \text{Además}$$

$$\text{de } (1) \quad V_{ox} = \frac{L}{\overline{\Delta t}} = \boxed{L\sqrt{\frac{g}{2H}} = V_C}$$

Si se conserva la energía: $E_C = E_B$:

$$E_C = \frac{1}{2} m V_C^2 + mgH \ ; \ E_B = \frac{1}{2} m V_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m L^2 \frac{g}{2H} + \frac{2mg}{2} H = \frac{1}{2} m V_B^2$$

$$\Rightarrow \frac{gL^2}{2H} + 2gH = V_B^2 \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{\frac{gL^2}{2H} + 2gH}}$$

rapidez con que sale de semicircunf.

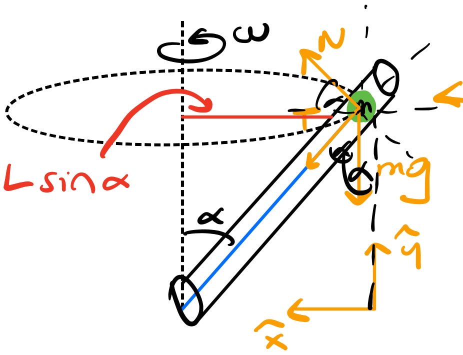
Luego, en el trayecto $\overline{BA}$:

$$x(t) = V_B \Delta t \Rightarrow L = V_B \widetilde{\Delta t} \to \widetilde{\Delta t} = \frac{L}{\sqrt{\frac{gL^2}{2H} + 2gH}} = \frac{L\sqrt{2H}}{\sqrt{gL^2 + 4gH^2}}$$

$$\Rightarrow t_{BA} = L\sqrt{\frac{2H}{g(L^2+4H^2)}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_{CA}}{t_{BA}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \sqrt{\frac{g(L^2+4H^2)}{2H}} \cdot \frac{1}{L} = \boxed{\sqrt{1 + \frac{4H^2}{L^2}} = \frac{t_{CA}}{t_{BA}}}$$

MCU- Dinámica



(a) T? DCL. Aplicando 2da ley:

$\hat{x}|\quad T\sin\alpha + N\cos\alpha = m a_c = m\omega^2 L\sin\alpha$

$\hat{y}|\quad N\sin\alpha - T\cos\alpha - mg = 0$ ← no hay mov en $\hat{y}$.

de $\hat{y}| \Rightarrow N = \dfrac{mg + T\cos\alpha}{\sin\alpha}$; en $\hat{x}|$:

$$\frac{T\sin^2\alpha}{\sin\alpha} + \frac{mg}{\sin\alpha}\cdot\cos\alpha + \frac{T\cos^2\alpha}{\sin\alpha} = m\omega^2 L\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \underbrace{T\sin^2\alpha + T\cos^2\alpha}_{T} + mg\cos\alpha = m\omega^2 L\sin^2\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{T = m\omega^2 L\sin\alpha - mg\cos\alpha}$$

(b) $N=0$, ω? si $N=0 \Rightarrow$ $\hat{x}|\ T\sin\alpha = m\omega^2 L\sin\alpha$

$\hat{y}|\ T\cos\alpha = -mg$

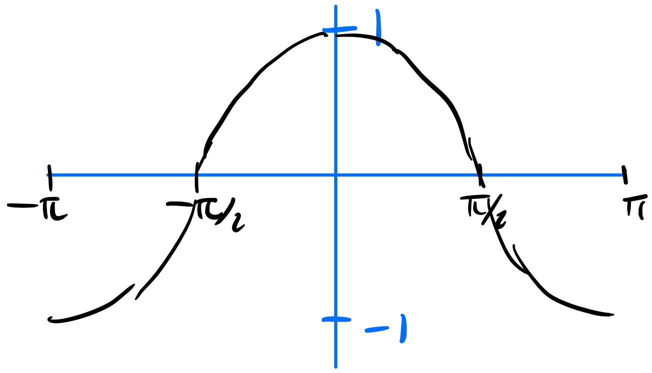
de $\hat{y}|\ T = -\dfrac{mg}{\cos\alpha} \Rightarrow \hat{x}|$: $-\cancel{m}g\tan\alpha = \cancel{m}\omega^2 L\sin\alpha$

$$\Rightarrow \omega^2 = -\frac{g\tan\alpha}{L\sin\alpha} \Rightarrow \boxed{\sqrt{-\frac{g}{L\cos\alpha}} = \omega}$$

(c) Para que exista ω, $-\dfrac{g}{L\cos\alpha} < 0$; $g, L > 0$

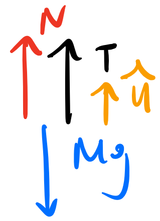
$\Rightarrow \cos\alpha < 0 \Leftrightarrow \alpha \in [\pi/2, \frac{3\pi}{2}]$

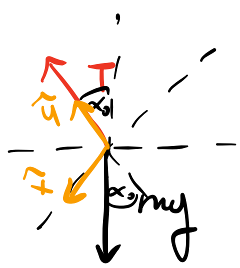
↳ Significado físico?



Péndulo y energía + Dinámica:

α_0 tq bloque no se despegue:

DCLs : M: 

m: 

caso crít $N = 0$

M: $T + \cancel{N} - Mg = 0 \Rightarrow T = Mg$ (1)

m: $\hat{y}$: $T - mg\cos\alpha_0 = ma_c = \frac{mv^2}{L}$ (2)

$\hat{x}$: $mg\sin\alpha_0 = ma_x$ (3)

Por cons. de E cuando $\alpha = 0$: $E = \frac{1}{2}mv^2 - mgL$

cuando $\alpha = \alpha_0$: $E = -mgL\cos\alpha_0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - mgL = -mgL\cos\alpha_0 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha_0)}}$ (4)

$\cancel{m}v^2 = 2\cancel{m}gL(1-\cos\alpha_0)$

v en $\alpha = 0$

Usando (1),(4) y (2) con $\alpha = 0$:

$Mg - mg = \frac{m}{L}\cdot 2gL(1-\cos\alpha_0) \Rightarrow M - m = 2m - 2m\cos\alpha_0$

$\Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{M-3m}{2m} \Rightarrow \boxed{\alpha_0 = \arccos\left(\frac{M-3m}{2m}\right)}$

P6 Desarrollada en auxiliar 15