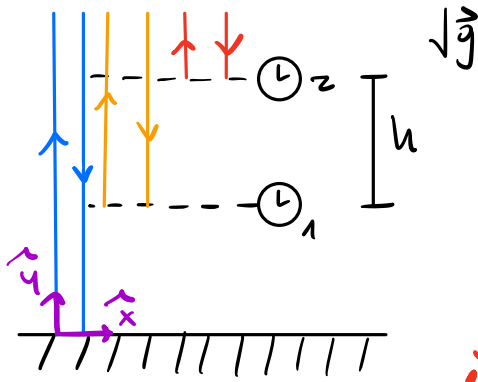


P1



•> trayecto realizado por la bolita

•> trayecto realizado por la bolita desde que el reloj se activa hasta que se detiene, marcando ΔT_1 .

•> Idem pero para el reloj 2, marcando ΔT_2 .

(a) Diagrama de velocidad vs tiempo, Señalando T_1 y T_2 .

•> En el problema la bolita experimenta solo la aceleración debido a la gravedad, de modo que:

$$\vec{a} = -g\hat{y} \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 - g\Delta t. \text{ Como sólo hay mov. en } \hat{y}:$$

$$v(t) = v_0 - g\Delta t. \rightarrow \text{rapidez con que es lanzada la bolita.}$$

El gráfico es una recta. Algunas consideraciones al respecto:

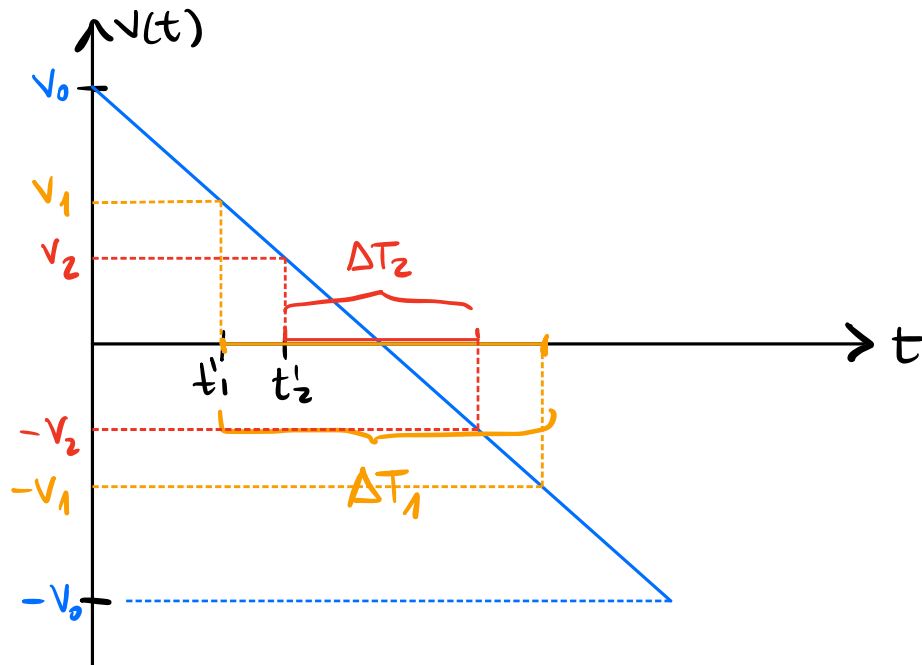
•> El tiempo de subida y bajada son los mismos, y la bolita llega con la misma rapidez v_0 al suelo (con signo opuesto).

•> Diremos que en $t=t'_1$ la bolita tiene rapidez v_1 y activa el reloj 1. El tiempo de subida y bajada en el intervalo en que se activa y detiene el reloj 1 ΔT_1 es el mismo.

•> Se tiene lo mismo para el reloj 2, pero $t=t'_2$; donde $t'_1 < t'_2$, puesto que la bolita pasa antes por el reloj 1.

•> $\Delta T_1 > \Delta T_2$; la bolita recorre más distancia mientras 1 está activado.

Con todo esto, el gráfico es:



(b) Encontrar g en función de T_1 , T_2 y h .

La estrategia es (como siempre) obtener ecuaciones y encontrar g .

Resolver con el gráfico:

- La aceleración corresponde a la pendiente de la recta: $m = -g$.
- Podemos considerar los intervalos: ΔT_1 , ΔT_2 y $t'_2 - t'_1$.

$$\Delta T_1: \quad -g = \frac{-v_1 - v_1}{\Delta T_1} \Rightarrow g = \frac{2v_1}{\Delta T_1} \quad (1)$$

$$\Delta T_2: \quad -g = \frac{-v_2 - v_2}{\Delta T_2} \Rightarrow g = \frac{2v_2}{\Delta T_2} \quad (2)$$

$$t'_2 - t'_1: \quad -g = \frac{v_2 - v_1}{t'_2 - t'_1} \quad (3)$$

- Además, el tiempo de subida y bajada es el mismo:

$$\Rightarrow 2t'_1 = \Delta T_1 \text{ (4)}; 2t'_2 = \Delta T_2 \text{ (5)}$$

→ Por otro lado, el área bajo la curva nos entrega la distancia recorrida. Para el intervalo $t'_2 - t'_1$:

$$\frac{(t'_2 - t'_1)(v_1 + v_2)}{2} + (t'_2 - t'_1)v_2 = x_2 - x_1$$

$$\Leftrightarrow (t'_2 - t'_1)\frac{v_1}{2} - (t'_2 - t'_1)\frac{v_2}{2} + (t'_2 - t'_1)v_2 = x_2 - x_1$$

$$\Rightarrow (t'_2 - t'_1)\frac{v_1}{2} + (t'_2 - t'_1)\frac{v_2}{2} = \frac{(v_1 + v_2)(t'_2 - t'_1)}{2} = x_2 - x_1 \text{ (6)}$$

→ Tenemos entonces:

$$(1) \quad g = \frac{2v_1}{\Delta T_1}$$

$$(2) \quad g = \frac{2v_1}{\Delta T_2}$$

$$(3) \quad -g = \frac{v_2 - v_1}{t'_2 - t'_1}$$

$$(4) \quad 2t'_1 = \Delta T_1$$

$$(5) \quad 2t'_2 = \Delta T_2$$

$$(6) \quad \frac{(v_1 + v_2)(t'_2 - t'_1)}{2} = y_2 - y_1$$

→ Tenemos $v_1, v_2, t'_2, t'_1, x_2, x_1, g$ como incógnitas. ¿Cómo resolvemos?

Notemos que $y_2 = y_2(t_2)$ y $y_1 = y_1(t_1)$. Si t_1 y t_2 son los tiempos en que la bolita pasa (atraviesa) por los relojes, entonces, de la figura:

$$y_2 - y_1 = h. \text{ luego, en vdd (6) es: } (v_1 + v_2)(t'_2 - t'_1) = 2h \text{ (6)}$$

Por otro lado, restando (5) - (4):

$$2t'_2 - 2t'_1 = \Delta T_2 - \Delta T_1 \Rightarrow \boxed{t'_2 - t'_1 = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{2}} \text{ (★)}$$

Además, de (1) = (2) tenemos que:

$$\frac{2V_1}{\Delta T_1} = \frac{2V_2}{\Delta T_2} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{V_2 \Delta T_1}{\Delta T_2}} \quad (**)$$

Reemplazando (*), (**) en (6):

$$\left(\frac{V_2 \Delta T_1}{\Delta T_2} + V_2 \right) \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{2} \right) = h \Rightarrow V_2 \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} + 1 \right) (\Delta T_2 - \Delta T_1) = 4h$$

$$\Rightarrow V_2 \left(\frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{\Delta T_2} \right) (\Delta T_2 - \Delta T_1) = 4h \Rightarrow V_2 = \frac{4h \Delta T_2}{(\Delta T_2 - \Delta T_1)(\Delta T_2 + \Delta T_1)}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{4h \Delta T_2}{\Delta T_2^2 - \Delta T_1^2}}, \text{ Reemplazando en (**) :}$$

$$V_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \cdot \frac{4h \Delta T_2}{\Delta T_2^2 - \Delta T_1^2} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{4h \Delta T_1}{\Delta T_2^2 - \Delta T_1^2}}$$

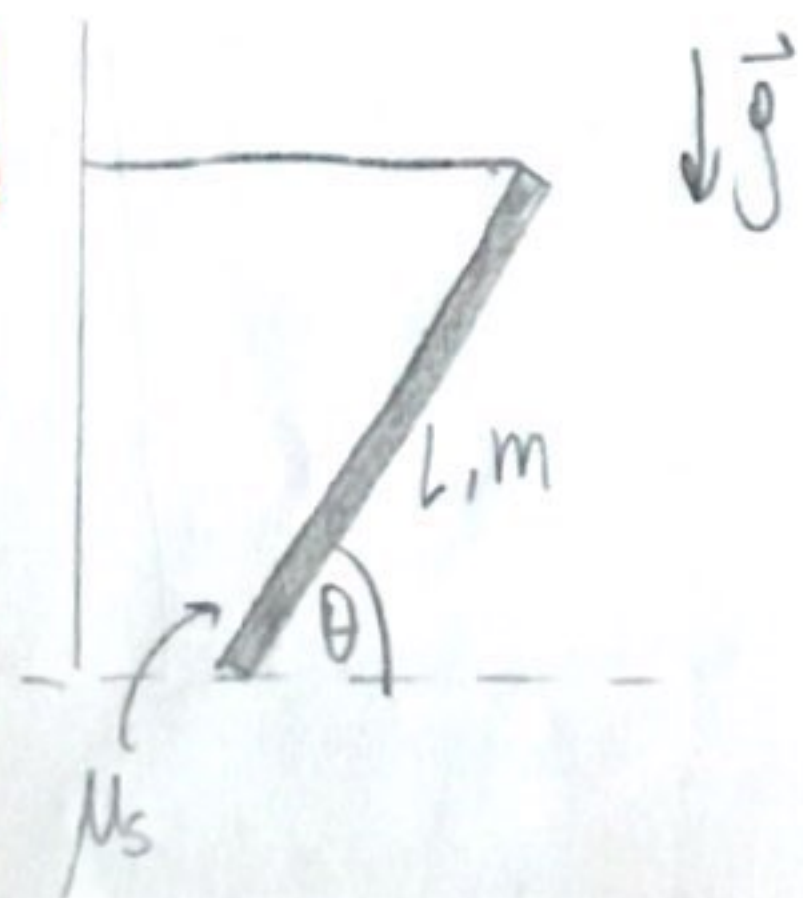
→ Reemplazando los resultados de V_1 y V_2 , y (*) en (3):

$$-g = \frac{4h \Delta T_2 - 4h \Delta T_1}{\Delta T_2^2 - \Delta T_1^2} \cdot \frac{2}{\Delta T_2 - \Delta T_1} = \frac{8h (\cancel{\Delta T_2} - \cancel{\Delta T_1})}{(\cancel{\Delta T_2} - \cancel{\Delta T_1})(\Delta T_2^2 - \Delta T_1^2)}$$

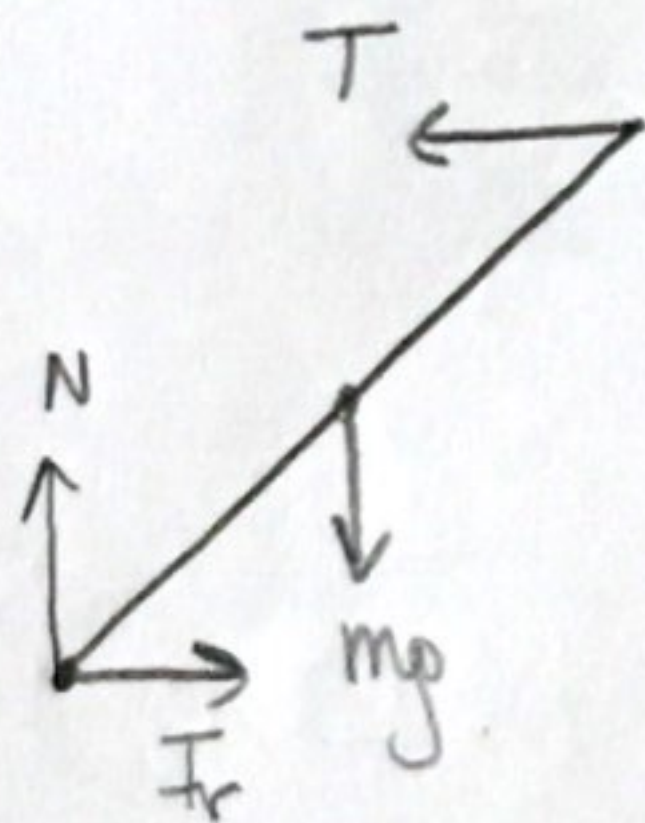
$$\Rightarrow -g = \frac{8h}{\Delta T_2^2 - \Delta T_1^2} \Rightarrow \boxed{g = \frac{8h}{\Delta T_1^2 - \Delta T_2^2}} \quad \leftarrow \text{Que es el resultado pedido}$$

(c) El resultado NO depende de V_0 pues las mediciones son hechas a partir de t_1' y t_2' , donde la bolita lleva una rapidez V_1 y V_2 (Es como si V_1 y V_2 fueran las velocidades iniciales), y no V_0 .

P13

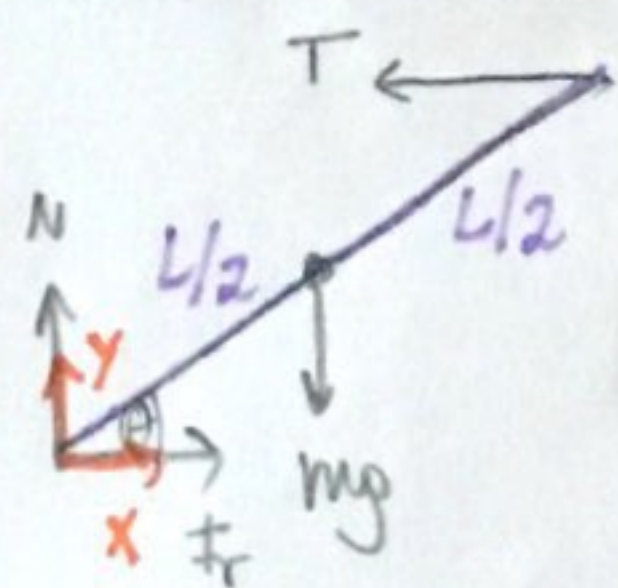


a) DCL



b) Eq. rotacional $\Leftrightarrow \sum \vec{\tau} = 0$

Elegimos el pivote donde se anula la mayor cantidad de torques $\Rightarrow$ extremo inferior de la vara.



$$\sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_N + \vec{\tau}_{F_r} + \vec{\tau}_{mg} + \vec{\tau}_T = 0 \quad \text{eq. rot.}$$

$$\vec{\tau}_{mg} = \vec{r}_{mg} \times (-mg\hat{y}) = \left(\frac{L}{2} \cos\theta \hat{x} + \frac{L}{2} \sin\theta \hat{y}\right) \times (-mg\hat{y}) = -\frac{mgL}{2} \cos\theta \hat{z}$$

$$\vec{\tau}_T = \vec{r}_T \times (-T\hat{x}) = (L \cos\theta \hat{x} + L \sin\theta \hat{y}) \times (-T\hat{x}) = LT \sin\theta \hat{z}$$

$$\Rightarrow -\frac{mgL}{2} \cos\theta + LT \sin\theta = 0 \quad \Leftrightarrow T = \frac{mg \cos\theta}{2 \sin\theta}$$

c) Eq traslacional $\Leftrightarrow \Sigma F = 0$

Descomponemos las fuerzas en $\hat{x}$ e $\hat{y}$: $\rightarrow$ usamos la igualdad por θ es tq. F_r alcanza su valor máx.

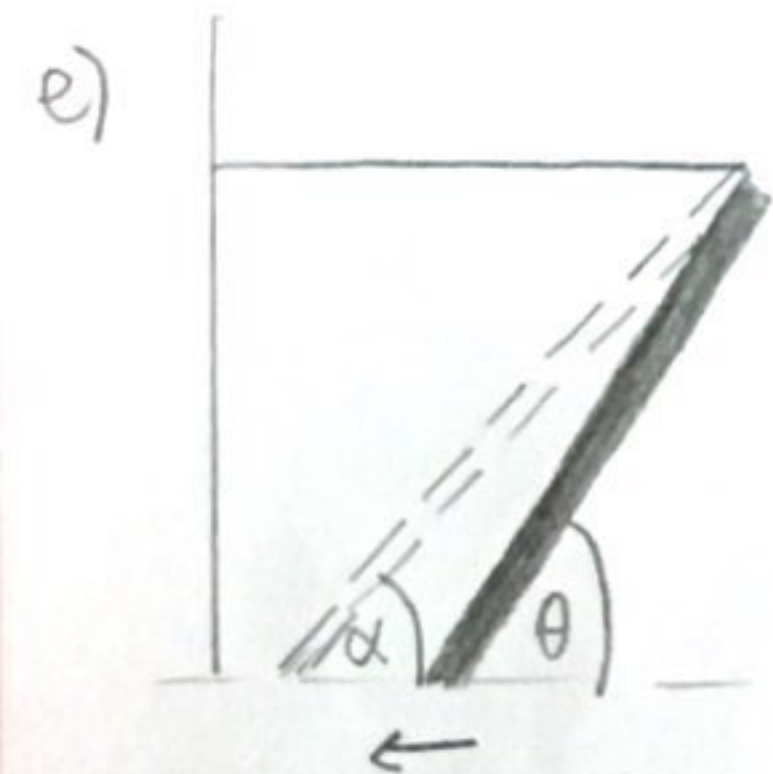
$\Sigma F_x: -T + F_r = 0 \Leftrightarrow -T + \mu_s N = 0 \Leftrightarrow T = \mu_s N. (1)$

$\Sigma F_y: N - mg = 0 \Leftrightarrow N = mg. (2)$

(2) en (1): $T = \mu_s mg$

d) Tenemos 2 expresiones para T donde una de ellas involucra $\mu_s \Rightarrow$ igualamos ambas expresiones.

$\frac{mg \cos \theta}{2 \sin \theta} = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{2} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \therefore \mu_s = \frac{1}{2} \cot \theta.$



si se mueve hacia la izq. el ángulo disminuye ($\alpha < \theta$)

$\Rightarrow$ la tensión aumenta $\Rightarrow$ se necesita una mayor F_r para mantener el eq. estático, pero F_r ya está en su máximo

$\Rightarrow$ la viga comienza a deslizarse.