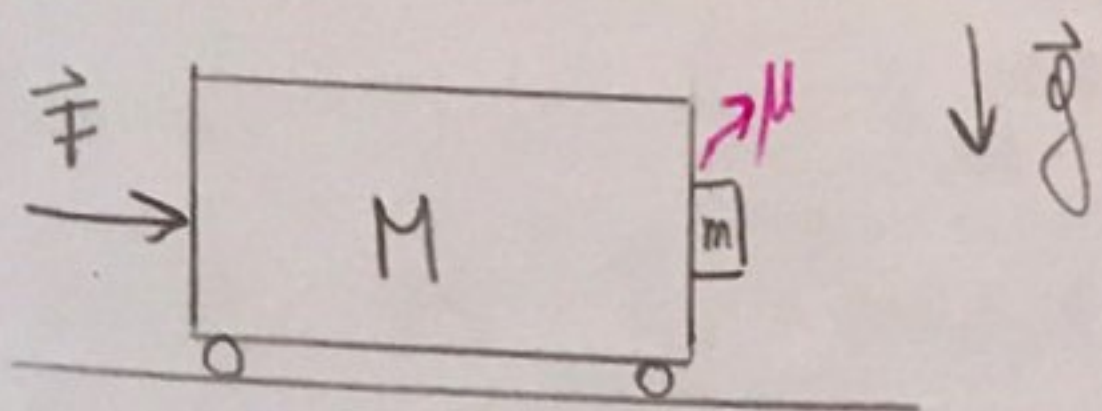


Pauta auxiliar 8

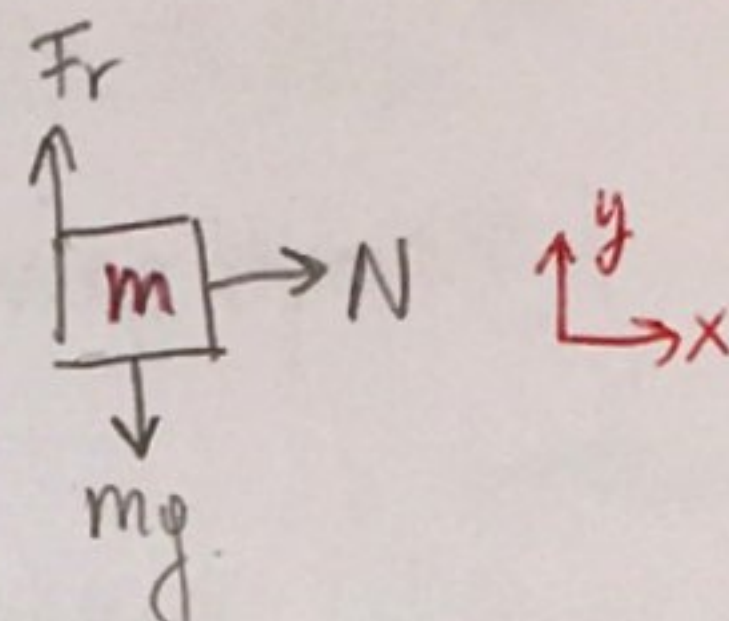
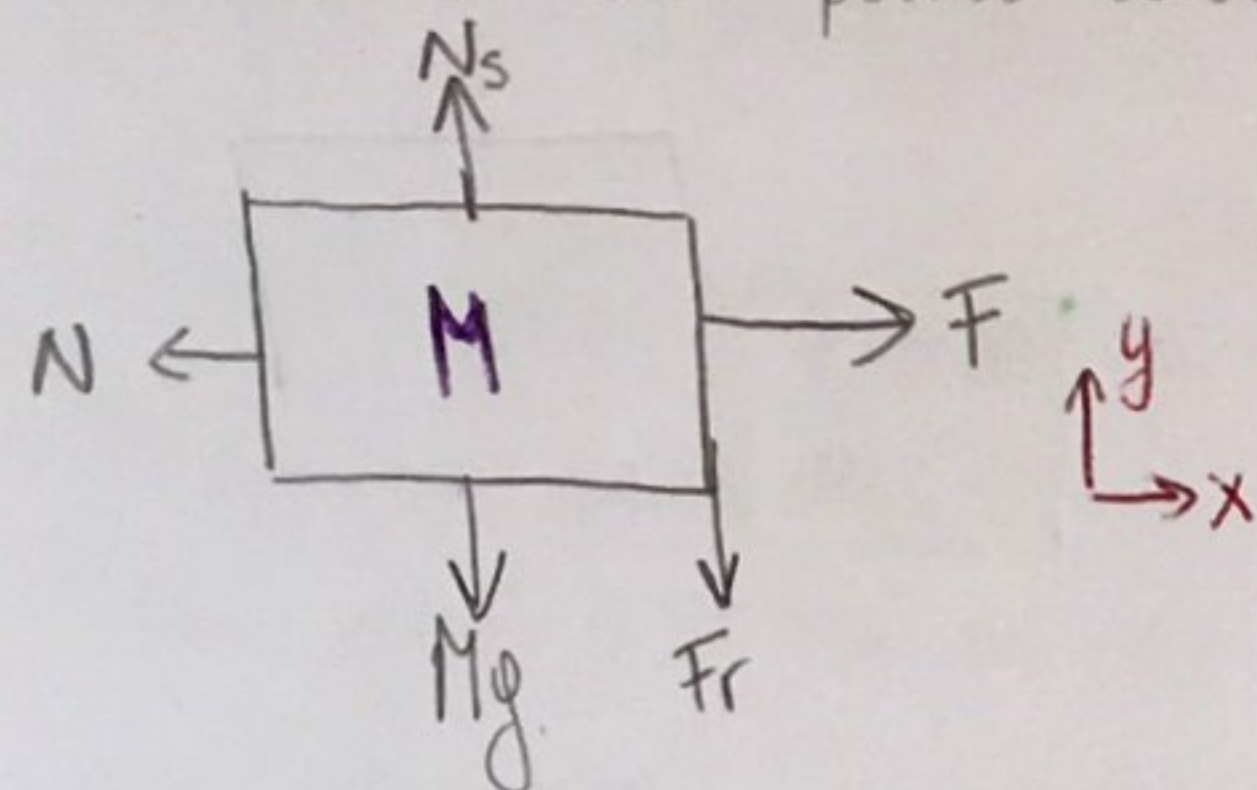


Nos preguntan por el valor mínimo de F tal que la masa m no caiga.

Condición

① DCL y sist. de referencia.

Hacemos el DCL para cada objeto con su respectivo sist. de referencia.



• N_s : Fuerza normal que ejerce el suelo sobre M

• N : Fuerza normal que ejerce m sobre M .

• F : F_{ext} .

• Mg : peso

• Fr : opuesta a la de m .

• N : Fuerza normal que ejerce M sobre m

• mg : peso

• Fr : opuesta al movimiento
↳ a la caída

② Descomposición por ejes.

M • La sumatoria de fuerzas en el eje x :

$$\sum F_x = M \cdot a_{Mx} \Leftrightarrow \boxed{F - N = M \cdot a_{Mx} \quad (1)}$$

• La sumatoria de fuerzas en el eje y :

$$\sum F_y = M \cdot a_{My} \Leftrightarrow \boxed{N_s - Mg - Fr = M \cdot a_{My} \quad (2)}$$

m • La sumatoria de fuerzas en el eje x :

$$\sum F_x = m \cdot a_{mx} \Leftrightarrow \boxed{N = m \cdot a_{mx} \quad (3)}$$

• La sumatoria de fuerzas en el eje y :

$$\sum F_y = m \cdot a_{my} \Leftrightarrow \boxed{Fr - mg = m \cdot a_{my} \quad (4)}$$

Tenemos 4 ecs. y varias incógnitas... antes de trabajar con ellas, imponemos algunas condiciones del movimiento y vemos que algunas variables son 0.

③ Imponemos condiciones.

M • No hay movimiento en $y \Rightarrow \boxed{a_{My} = 0}$

m • Esta masa no debe caer $\Rightarrow \boxed{a_{my} = 0}$

• Tanto M como m se mueven con la misma aceleración en x (como si fueran 1 sistema) $\Rightarrow \boxed{a_{Mx} = a_{mx} = a}$ (no conocemos esta aceleración aún).

• $Fr \leq \mu_e \cdot N$ pues m no debe caer. $\rightarrow$ utilizamos el caso límite: $\boxed{\mu \cdot N = Fr}$

Luego, las ecs. nos quedan como:

$$(1): F - N = M \cdot a$$

$$(3): N = m \cdot a$$

Incógnitas:

$$(2): N_s - Mg - \mu \cdot N = 0$$

$$(4): \mu N = mg$$

N, a, F .

↳ no tenemos info. de $N_s \Rightarrow (2)$ no nos sirve.

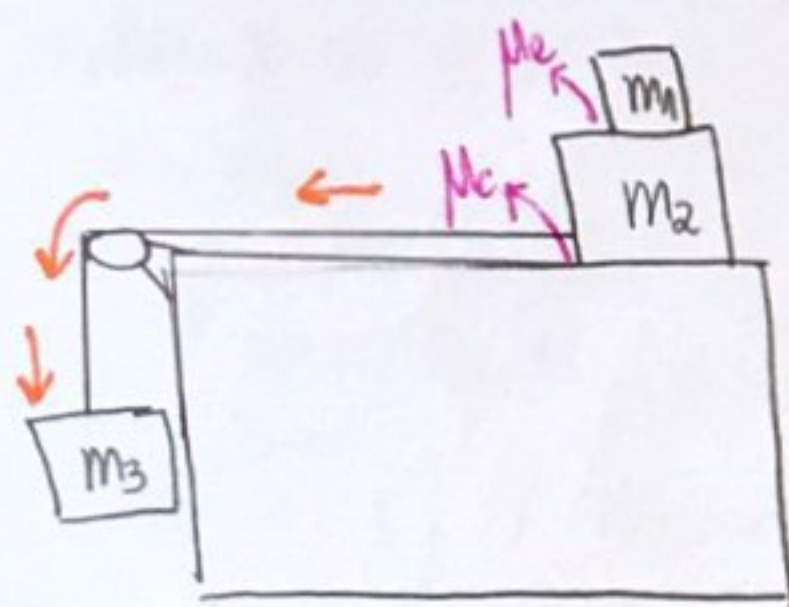
4) Incógnitas.

De (4): $N = \frac{mg}{\mu}$ / Reemplazamos en (3) $\Rightarrow \frac{mg}{\mu} = ma \Leftrightarrow a = \frac{g}{\mu}$

Reemplazando N y a en (1):

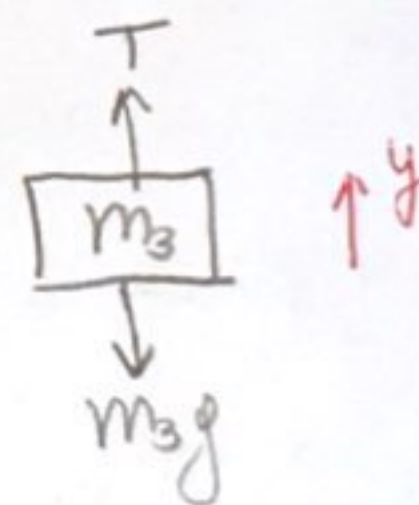
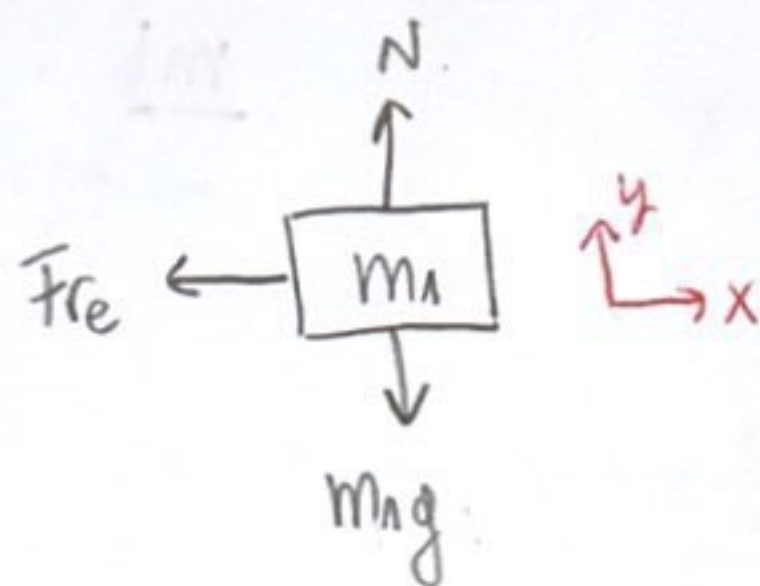
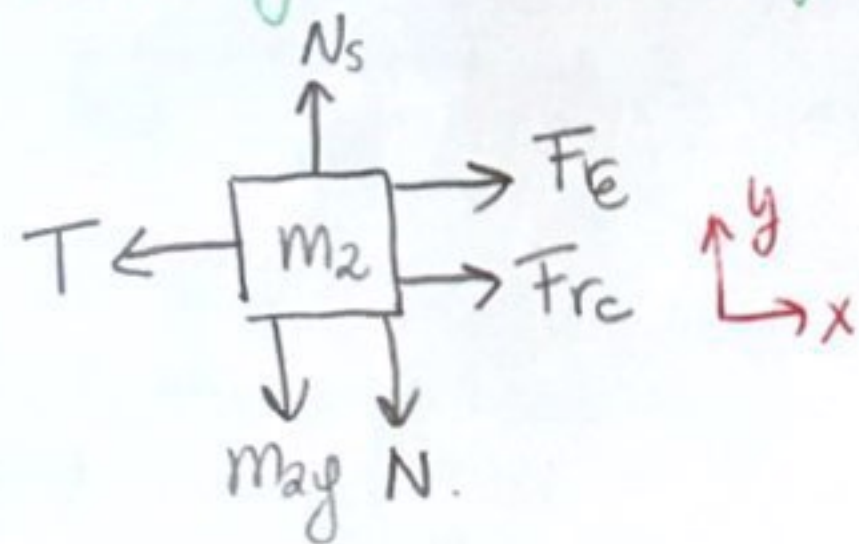
$$F = \frac{Mg}{\mu} + \frac{mg}{\mu} \Leftrightarrow F = \frac{g}{\mu} (M+m) //$$

P2]



Nos piden encontrar el máximo valor de m_3 tal que m_1 no caiga.

1) DCL y sist. de referencia



- F_{fe} : m_2 se mueve hacia la izq. y siente una resistencia debido a $m_1 \Rightarrow F_{fe}$ hacia la derecha.
- F_{rc} : m_2 se mueve hacia la izq. $\Rightarrow F_{rc}$ hacia la derecha.
- N_s : F. normal que ejerce el suelo sobre m_2 .
- N : F. normal que ejerce m_1 sobre m_2 .

- N : F. normal que ejerce m_2 sobre m_1 .
- F_{fe} : Es la única fuerza en $x \Rightarrow$ acelera a m_1 . Permite que se mantenga en su posición y no caiga.

② Descomposición por ejes.

m_1 • En x:

$$\sum F_x = m_1 a_{1x} \Leftrightarrow -F_{re} = m_1 a_{1x} \quad (1)$$

• En y:

$$\sum F_y = m_1 a_{1y} \Leftrightarrow N - m_1 g = m_1 a_{1y} \quad (2)$$

m_2 • En x:

$$\sum F_x = m_2 a_{2x} \Leftrightarrow F_{re} + F_{rc} - T = -m_2 a_{2x} \quad (3)$$

• En y:

$$\sum F_y = m_2 a_{2y} \Leftrightarrow N_s - m_2 g - N = m_2 a_{2y} \quad (4)$$

m_3 • No hay Fuerzas en x.

• En y:

$$\sum F_y = m_3 a_{3y} \Leftrightarrow T - m_3 g = m_3 a_{3y} \quad (5)$$

③ Condiciones.

- $a_{2x} = a_{3y}$ pues van unidos por la misma cuerda.
- $a_{2x} = a_{1x}$ así m_1 no cae $\rightarrow$ se mantiene como 1 sistema.
- $a_{1y} = a_{2y} = 0$ pues no tienen mov. en y (m_1 y m_2)
- Máximo valor de $m_3 \Rightarrow F_{re} = \mu_e \cdot N$

$$\left. \begin{array}{l} a = a_{1x} = a_{2x} = a_{3y} \\ \text{Desconocida} \end{array} \right\}$$

Luego, las ecs. quedan como:

$$(1) \quad -\mu_e \cdot N = -m_1 \cdot a$$

$$(3) \quad \mu_e \cdot N + \mu_c \cdot N_s - T = -m_2 \cdot a$$

$$(5) \quad T - m_3 g = -m_3 \cdot a$$

$$(2) \quad N = m_1 g$$

$$(4) \quad N_s = m_2 g + N$$

④ Incógnitas: a, N, N_s, T y 4 incógnitas y 5 ecs. ✓

De (2): $N = m_1 g$ / Reemplazando en (1): $\Rightarrow \mu_e \cdot m_1 g = m_1 a \Rightarrow a = \mu_e \cdot g$

• Reemplazando N en (4):

$$N_s = m_2 g + m_1 g \Leftrightarrow N_s = g(m_1 + m_2)$$

• Reemplazando N, N_s y a en (3) para obtener T :

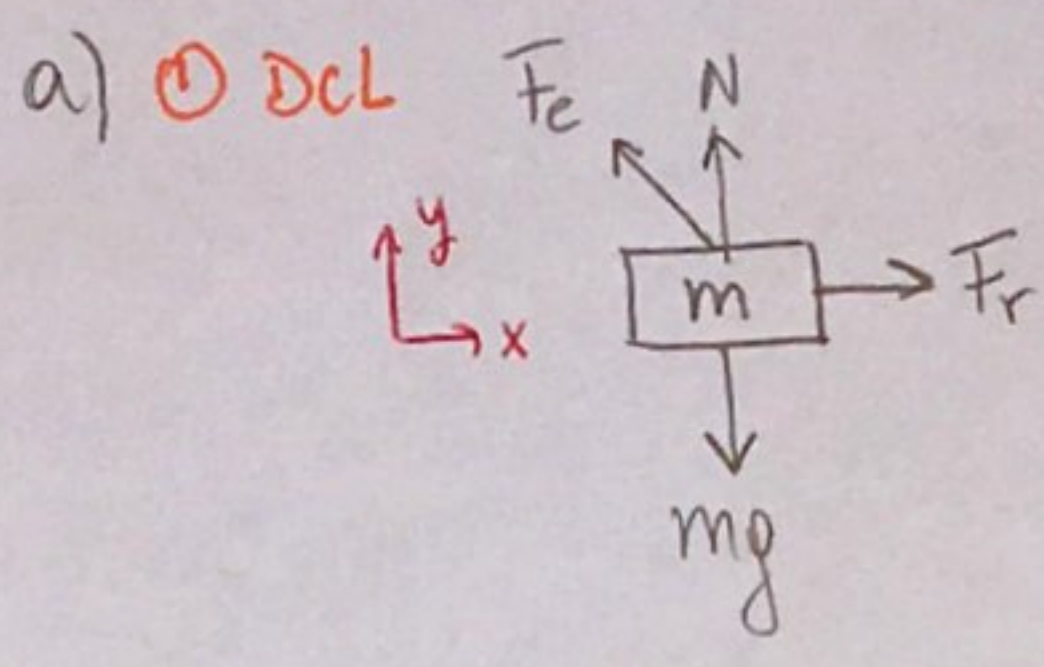
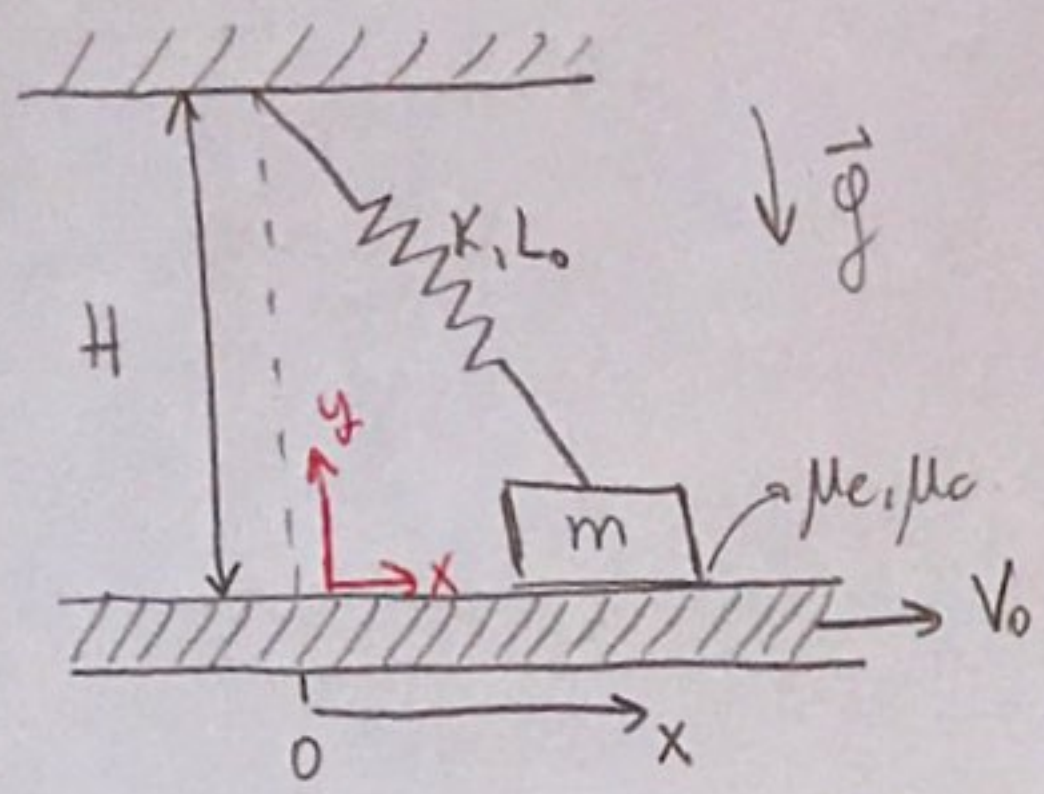
$$T = \mu_e \cdot m_1 g + \mu_c \cdot g(m_1 + m_2) + m_2 \mu_e \cdot g \Leftrightarrow T = \mu_e g(m_1 + m_2) + \mu_c g(m_1 + m_2) \Leftrightarrow T = g(\mu_e + \mu_c)(m_1 + m_2)$$

• Finalmente, para obtener m_3 , reemplazamos T y a en (5)

$$g(\mu_e + \mu_c)(m_1 + m_2) = m_3(g - \mu_e g) \Rightarrow m_3 = \frac{g(\mu_e + \mu_c)(m_1 + m_2)}{g(1 - \mu_e)}$$

$$\therefore m_3 = (\mu_e + \mu_c)(m_1 + m_2) / (1 - \mu_e) //$$

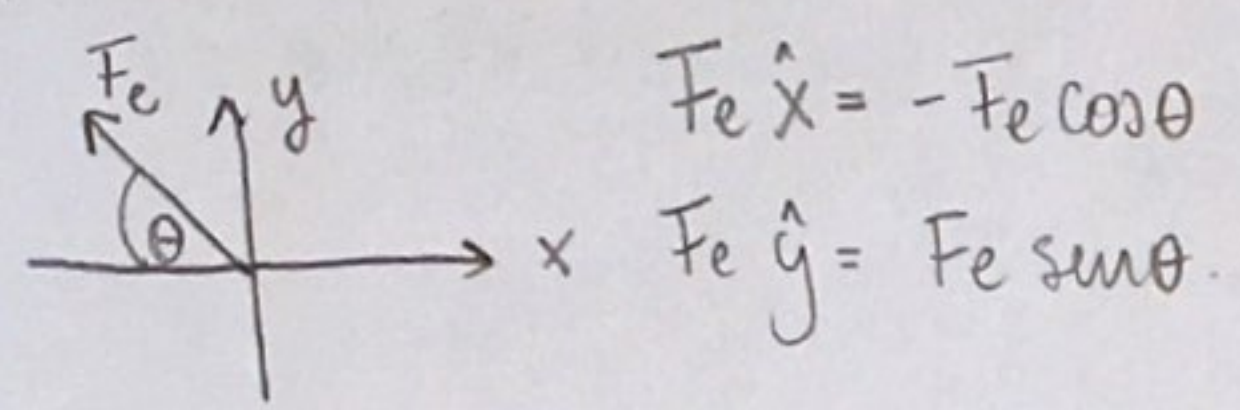
P31



- F_r : Es la que permite que el bloque se mueva. Será solo F_{re} pues la masa se mueve junto a la superficie.
- F_e : Como el bloque se mueve hacia la derecha, el resorte se estira y la tendencia de este será comprimirse.

2) Descomposición por ejes.

Primero descomponemos la fuerza elástica. Suponemos θ conocido.

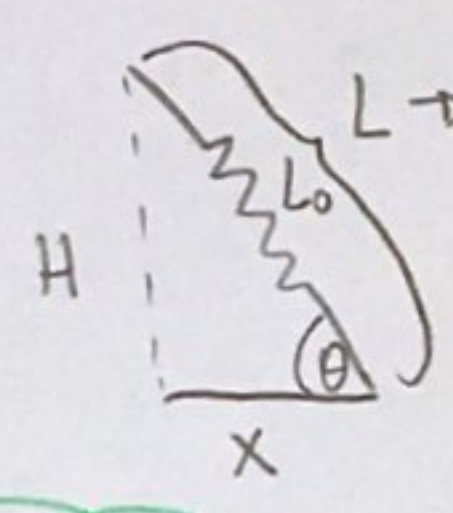


- En x: $\sum F_x = m a_x \Leftrightarrow F_r - F_e \cos \theta = m a_x$ ^{pues va con v_0 etc.}
- En y: $\sum F_y = m a_y \Leftrightarrow N - mg + F_e \sin \theta = m a_y$ ^{está en reposo en y.}

Así, las ecs. que tenemos son:

- (1): $F_r = F_e \cos \theta$
- (2): $N = mg - F_e \sin \theta$

Nos falta conocer F_e :



- por Trigonometría:
- $\sin \theta = H/L$
 - $\cos \theta = x/L$
 - $\tan \theta = H/x$
 - $L = \sqrt{H^2 + x^2}$

Truco: Tomamos F_e sin el signo $\ominus$ y le damos el sentido "a mano".

$\Rightarrow F_e = K(L - L_0) = K\left(\frac{H}{\sin \theta} - L_0\right) = -F_e$ / Reemplazamos en (1) y (2)

$F_r = K\left(\frac{H}{\sin \theta} - L_0\right) \cos \theta$ $N = mg - K\left(\frac{H}{\sin \theta} - L_0\right) \sin \theta$ //

b) $L_0 = 2H$. ¿X tq. el bloque se desprege?

La condición para que el bloque desprege es: $N = 0 \rightarrow$ no hay contacto con la superficie.
De (2): $0 = mg - K\left(\frac{H}{\sin \theta} - 2H\right) \sin \theta \Rightarrow mg = K\left(\frac{H}{\sin \theta} - 2H\right) \sin \theta \Leftrightarrow mg = KH - 2HK \sin \theta$ <sup>$\sin \theta = H/L$
 $L = \sqrt{H^2 + x^2}$</sup>

$\Rightarrow \frac{2HK \cdot H}{\sqrt{H^2 + x^2}} = KH - mg \Leftrightarrow \frac{2H^2 K}{KH - mg} = \sqrt{H^2 + x^2} \quad / \quad ()^2$

$\Rightarrow \frac{4H^4 K^2}{(KH - mg)^2} = H^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{4H^4 K^2}{(KH - mg)^2} - H^2$

$\therefore x = \frac{\sqrt{4H^4 K^2 - H^2 (KH - mg)^2}}{(KH - mg)}$ //

c) $L_0 = 0$. ¿X tq. el bloque comienza a deslizarse?

Caso límite: $F_{re} = \mu_e \cdot N$

De a): $N = mg - K\left(\frac{H}{\sin \theta}\right) \sin \theta = mg - KH$ $F_r = \mu_e \cdot N \Leftrightarrow \underbrace{KL \cos \theta}_x = (mg - KH) \mu_e \Rightarrow x = \frac{\mu_e (mg - KH)}{K}$ //