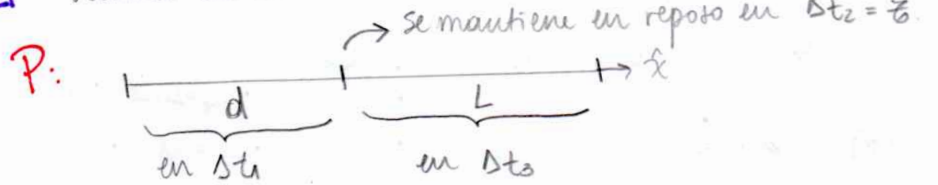
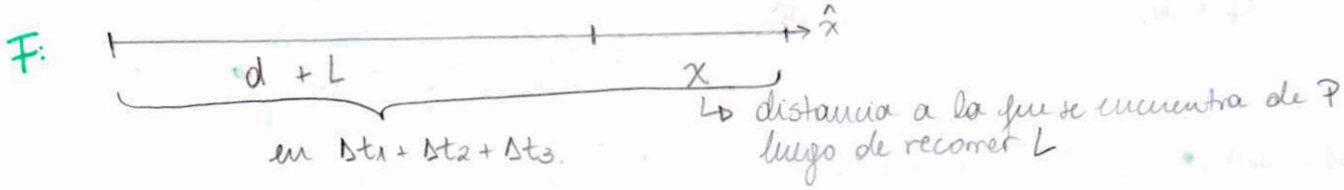
P1 Veamos la dist. recorrida de cada auto por separado:





a) P: Dividimos su movimiento por intervalos:

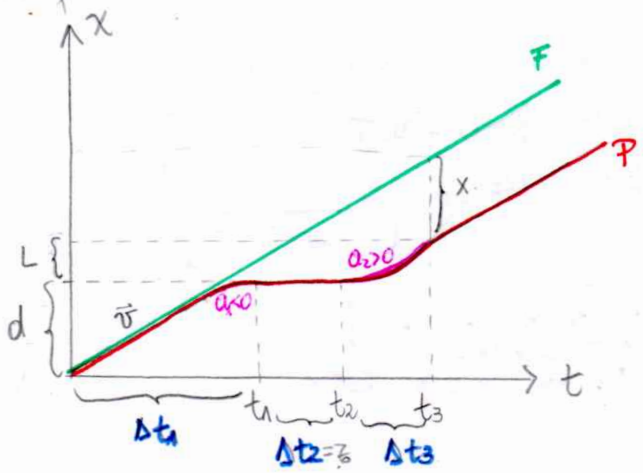
① Se mueve con vel. cte. v, desacelera $(a_1<0)$ y se detiene y recorre d → Supongamos que lo hace en un tiempo Δt_1 que no conocemos aún.

② Se mantiene en reposo en $\Delta t_2 = \tau$.

③ Parte del reposo, acelera $(a_2>0)$ y alcanza una vel v. y recorre L → Suponemos que lo hace en un tiempo Δt_3 desconocido.

F: Durante todo el movimiento se mantiene con v cte. (enunciado).

Así, el gráfico queda:



b) Trabajamos con los intervalos para P.

① Desacelera hasta frenar → recorre d en Δt_1.

Datos: $v_0 = v$ · $v_f = 0$ · $a_1 = ?$ · $\Delta t_1 = ?$ · $x_f = d$ · $x_0 = 0$

Ecs: $v_f = v_0 - a_1 \cdot \Delta t_1$ **(1)** ($-$: desacelera) $\Rightarrow 0 = v - a_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \boxed{\Delta t_1 = v/a_1}$ / Reemplazamos en **(2)**

$$x_f = x_0 + v_0 \cdot \Delta t_1 - \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 \quad \textbf{(2)} \Rightarrow d = v \cdot \frac{v}{a_1} - \frac{1}{2} a_1 \cdot \frac{v^2}{a_1^2}$$

$$d = \frac{v^2}{a_1} - \frac{1}{2}\frac{v^2}{a_1} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a_1} \Rightarrow \boxed{a_1 = \frac{v^2}{2d}} \ \star$$

Reemplazando $\star$ en Δt_1: $\Delta t_1 = v \cdot \frac{2d}{v^2} = \frac{2d}{v} = \Delta t_1$

② Está detenido, por lo que la distancia recorrida es 0 en un $\Delta t_2 = \tau$

③ parte del reposo hasta llegar a v. → recorre L en Δt_3. ↳ Datos:

$\cdot v_f = v$ $\cdot x_f = L + d$ $\cdot a_2 = ?$

$\cdot v_0 = 0$ $\cdot x_0 = d$ $\cdot \Delta t_3 = ?$

Ecs. $v_f = v_0 + \overset{\to \text{acelera}}{a_2} \Delta t_3$ (3) $\Rightarrow$ $v = a_2 \Delta t_3 \Rightarrow \boxed{\Delta t_3 = v/a_2}$ /Reemplazamos en (4)

$x_f = x_0 + v_0 \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_2 (\Delta t_3)^2$ (4) $\Rightarrow$ $L = \frac{1}{2} \cancel{a_2} \frac{v^2}{a_2^{\cancel{2}}} \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{v^2}{2L}}$ •

Reemplazando • en $\Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = v \cdot \frac{2L}{v^2} = \frac{2L}{v} = \Delta t_3$

∴ El tiempo total es $T = \frac{2d}{v} + \tau + \frac{2L}{v} = \frac{2(d+L)}{v} + \tau$ //

c) para calcular la distancia a la que se encuentra F de P cuando este recorre L, consideramos el mov. total de F con vel. cte v.

Como vimos al principio, cuando P recorre L, F habrá recorrido x (lo que debemos calcular.

Datos: $\cdot x_f = L + d + x$ $\cdot v_0 = v$

$\cdot x_0 = 0$ $\cdot t = T$

$x_f = x_0 + v_0 \cdot t + \cancel{\frac{1}{2} a t^2}$ ($a = 0$, v cte)

$L + d + x = 0 + v \cdot T$

$\Rightarrow L + d + x = \cancel{v} \left[\frac{2(d+L)}{\cancel{v}} + \tau \right]$

$x = 2(d+L) - L - d + v \cdot \tau$

$x = L + d + v \cdot \tau$ //

Pauta Aux 3

P3 Para resolver el problema, consideremos lo sgte:

1.- Antes de que el anillo salga desprendido de la circunferencia, este se mueve con rapidez angular ω desconocida, I.e. tenemos MCU.

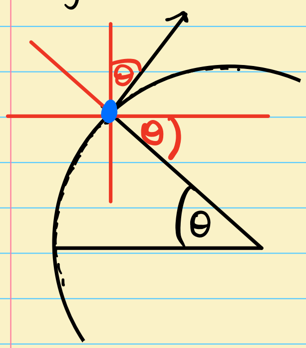
2.- Luego de que es desprendido, el anillo cae por la acción de $\vec{g}$, es decir, tenemos mov. en 2D con aceleración cte.

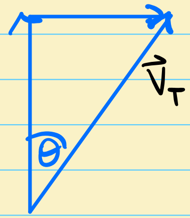
Podemos separar el movimiento entonces cuando tenemos MCU y cuando cae con aceleración cte..

→ En el punto del desprendimiento: la rapidez del anillo en el punto de desprendimiento es

$$V_T = \omega R$$

fijándonos en el bosquejo del sistema:





$$\boxed{\vec{V}_T = \omega R \sin\theta\,\hat{x} + \omega R \cos\theta\,\hat{y}} \quad (1)$$

→ Luego del desprendimiento: Como es mov. con aceleración constante:

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i \Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}\Delta t^2$$

En este caso; $\vec{a} = \vec{g}$ y:

↠ Consideramos el instante inicial como el momento en que el anillo es desprendido, de modo que:

→ $\vec{V}_i$ es la velocidad con que sale desprendido el anillo:

$$\vec{V}_i = \vec{V}_T = \omega R \sin\theta \hat{x} + \omega R \cos\theta \hat{y}$$

→ $\vec{r}_i$ es la posición en la que estaba el anillo cuando es desprendido: (de la figura):

$$\vec{r}_i = -R\cos\theta \hat{x} + R\sin\theta \hat{y}$$

Reemplazando en la ecuación de itinerario:

$$\vec{r}_f = -R\cos\theta\hat{x} + R\sin\theta\hat{y} + (\omega R\sin\theta\hat{x} + \omega R\cos\theta\hat{y})\Delta t - \frac{g}{2}\Delta t^2 \hat{y}$$

Separando por componentes:

$$\hat{x}| \quad x(t) = -R\cos\theta + \omega R\sin\theta\Delta t \qquad (2)$$
$$\hat{y}| \quad y(t) = R\sin\theta + \omega R\cos\theta\Delta t - \frac{g}{2}\Delta t^2 \qquad (3)$$

→ Queremos conocer la rapidez ω tal que se llegue al punto $P = (0, -R)$. Decimos que el anillo llega a P en un tiempo $\overline{\Delta t}$ desconocido. Imponiendo esto en (2) y (3):

$$\hat{x}| \quad 0 = -R\cos\theta + \omega R\sin\theta\overline{\Delta t} \qquad (4)$$
$$\hat{y}| \quad -R = R\sin\theta + \omega R\cos\theta\overline{\Delta t} - \frac{1}{2}g\overline{\Delta t}^2 \qquad (5)$$

→ Tenemos 2 ecuaciones y 2 incógnitas, podemos resolver.

De (4) obtenemos $\bar{\Delta t}$:

$$\bar{\Delta t} = \frac{R\cos\theta}{\omega R\sin\theta} \Rightarrow \boxed{\bar{\Delta t} = \frac{\cos\theta}{\omega\sin\theta}}$$

Reemplazando en (5) :

$$-R = R\sin\theta + \omega R\cos\theta\,\frac{\cos\theta}{\omega\sin\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{\cos^2\theta}{\omega^2\sin^2\theta}\right)$$

$$-R = R\sin\theta + \frac{R\cos^2\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{2}\frac{g}{\omega^2}\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

Despejamos ω :

$$\frac{1}{2}\frac{g\cos^2\theta}{\omega^2\sin^2\theta} = R + R\sin\theta + \frac{R\cos^2\theta}{\sin\theta}$$

$$\frac{1}{2}\frac{g\cos^2\theta}{\omega^2\sin^{\cancel{2}}\theta} = \frac{R\sin\theta + \overbrace{R\sin^2\theta + R\cos^2\theta}^{R}}{\cancel{\sin\theta}}$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{2(R\sin\theta + R)\sin\theta}{g\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\omega^2 = \frac{g\cos^2\theta}{2R(\sin\theta+1)\sin\theta}}$$

Que es el resultado pedido.

Como $\theta = 30° = \pi/6$; tenemos $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$
$\sin(\pi/6) = 1/2$

Reemplazando: $\omega^2 = \frac{g}{2R} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}}$

(b) Nos interesa conocer la rapidez del anillo cuando atraviesa el eje x.

¿Qué significa que atraviese el anillo? Diremos que en un tiempo $\widetilde{\Delta t}$ desconocido el anillo pase por $(x, 0)$.

Además, en un mov. con $\vec{a}$ constante:

$$\vec{v}_f = \underbrace{\vec{v}_i}_{\vec{v}_T} + \overbrace{\vec{a}}^{\vec{g}}\Delta t.$$

$\Rightarrow$ Por componente;

$$\hat{x}) \quad v_x = \omega R \sin\theta \qquad (6)$$
$$\hat{y}) \quad v_y = \omega R \cos\theta - g\Delta t \qquad (7)$$

La rapidez en $\hat{x}$ es siempre la misma (v_x es constante).
Para conocer v_y en $(x, 0)$ debemos conocer $\widetilde{\Delta t}$; pues:

$$\hat{x}) \quad v_x = \omega R \sin\theta \qquad (8)$$
$$\hat{y}) \quad v_y = \omega R \cos\theta - g\widetilde{\Delta t} \qquad (9)$$

Además, imponemos en (3) que $y_f = 0$ para $\widetilde{\Delta t}$:

$$0 = R\sin\theta + \omega R\cos\theta\,\widetilde{\Delta t} - \frac{g}{2}\widetilde{\Delta t}^2$$

Podemos obtener $\widetilde{\Delta t}$:

$$\widetilde{\Delta t} = \frac{-\omega R\cos\theta \pm \sqrt{\omega^2R^2\cos^2\theta - 4\left(-\frac{g}{2}\right)R\sin\theta}}{-\frac{g}{2}\cdot 2}$$

$$\boxed{\widetilde{\Delta t} = \frac{\omega R\cos\theta \pm \sqrt{\omega^2R^2\cos^2\theta + 2gR\sin\theta}}{g}}$$

Reemplazando en (9)

$$V_y = \omega R\cancel{\cos}\theta - \cancel{g}\left(\frac{\omega R\cancel{\cos}\theta \pm \sqrt{\omega^2R^2\cos^2\theta + 2gR\sin\theta}}{\cancel{g}}\right)$$

$$\boxed{V_y = \pm\sqrt{\omega^2R^2\cos^2\theta + 2gR\sin\theta}} \quad (10)$$

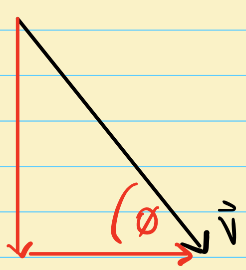
Ahora : $|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$. Ocupando (8) y (10)

$$\Rightarrow |\vec{V}| = \sqrt{\underbrace{\omega^2R^2\sin^2\theta + \omega^2R^2\cos^2\theta}_{\omega^2R^2} + 2gR\sin\theta}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} |\vec{V}| = \sqrt{\omega^2R^2 + 2gR\sin\theta} \overset{\uparrow}{=} \sqrt{\dfrac{3gR}{2}} \\ \omega^2 = g/2R \,,\ \theta = \pi/6 \end{array}}$$

¿Cómo conocer la dirección del anillo? Viene dada por el ángulo de inclinación c/r al eje x:

Cuando atraviesa el eje x :



$$\vec{V} = V\cos\phi\,\hat{x} - V\sin\phi\,\hat{y}$$

Por componente :

$$V_x = V\cos\phi \;;\; V_y = V\sin\phi$$

Dividiendo ambas ecuaciones :

$$\tan\phi = \frac{-V_y}{V_x}$$

Ocupando (8) y (10) nuevamente :

$$\tan\phi = -\frac{\sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2\theta + 2gR\sin\theta}}{\omega R \sin\theta}$$

Como $\omega = \frac{g}{2R}$ $\Rightarrow$ $$\tan\phi = -\frac{\sqrt{(g/2)R\cos^2\theta + 2gR\sin\theta}}{\sqrt{\frac{g}{2R}}\,R\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \tan\phi = -\sqrt{\frac{\cancel{g}/2 \cdot R\cos^2\theta + 2\cancel{g}R\sin\theta}{\cancel{g}/2\cancel{R} \cdot R^{\cancel{2}}\sin^2\theta}}$$

$$\Rightarrow \tan\phi = -\sqrt{\frac{R\cos^2\theta + 4R\sin\theta}{R\sin^2\theta}} = -\sqrt{\frac{\cos^2\theta + 4\sin\theta}{\sin^2\theta}}$$

Como $\theta = \pi/6$ $\Rightarrow$ $$= -\sqrt{\frac{3/4 + 4/2}{1/4}} = -\sqrt{\frac{11/4}{1/4}} = -\sqrt{11}$$

$$\boxed{\Rightarrow \phi = \arctan\left(-\sqrt{\frac{\cos^2\theta + 4\sin\theta}{\sin^2\theta}}\right) = \arctan\left(-\sqrt{11}\right)}$$