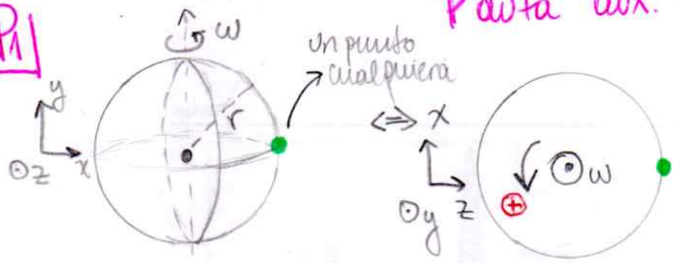
Pauta aux. 4

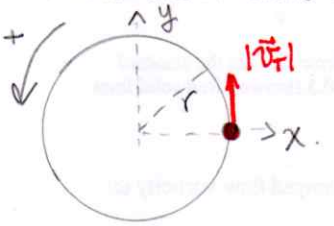
P1



Datos:

- T en dar 1 vuelta
- Radio r
- $|\vec{v}_T| = ?$

Consideramos la Tierra como una circunferencia y nos situamos en un punto en el ecuador.



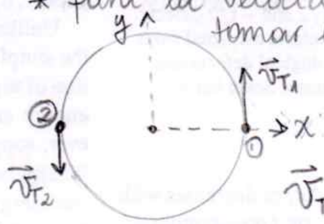
Sabemos que el sentido antihorario corresponde a la dirección positiva y que la velocidad tangencial es tangente a la trayectoria.

Como la rapidez angular es cte. $\xrightarrow{\text{es igual en cada punto de la circunferencia}}$ y la tierra tarda T en dar una vuelta
$\Rightarrow$ recorre 2π en T

Así $\omega = \frac{1 \text{ vuelta}}{T} = \frac{2\pi}{T}$ (rad/s)

Luego, $|\vec{v}_T| = \omega \cdot r = \frac{2\pi r}{T}$

*Para la velocidad tangencial debemos tomar en cuenta el sist. de referencia.



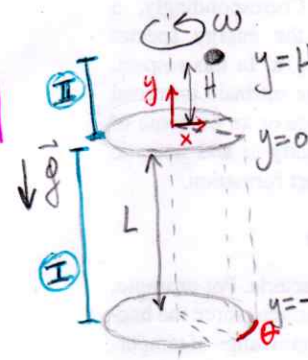
$\vec{v}_{T1} \neq \vec{v}_{T2}$

$|\vec{v}_{T1}| = |\vec{v}_{T2}|$

$\vec{v}_{T1} = \frac{2\pi r}{T}\hat{y}$

$\vec{v}_{T2} = -\frac{2\pi r}{T}\hat{y}$ → definimos el sentido ⊕ hacia arriba.
y la vel. en el pto. 2 apunta hacia abajo

P2



Datos:

- Largo L
- Angulo θ
- Vel. angular ω cte.
- H = ? tal que la bolita pase por ambas ranuras

Condición.

Separamos el movimiento de la bolita en 2 intervalos:

- Intervalo I: La bolita recorre L desde el primer disco al segundo disco con un tiempo t_I que calcularemos.
- Intervalo II: La bolita recorre H desde que se suelta hasta que llega al primer disco en un tiempo t_{II} que calcularemos y llega con una velocidad final $v_{f_{II}}$ que tampoco conocemos.

Intervalo I:

$y_{0I} = 0$ → situamos el origen en el 1er disco.

$y_{fI} = -L$ $\quad v_{0I} = ?$

$a = -g$

$t_I = ?$

$$y_f = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow -L = 0 + v_{0I} \cdot t_I - \frac{1}{2} g t_I^2 \Leftrightarrow \boxed{L + v_{0I}\, t_I - \frac{1}{2} g t_I^2 = 0} \quad (*)$$

Tenemos 2 incógnitas y 1 ec.

por la condición del enunciado: las ranuras tienen un desfase de θ y cuando la bolita pase por el 1er disco ⇒ el 2do disco debe desplazarse θ.

⇔ La bolita debe recorrer L con una velocidad en el tiempo que el 2do disco recorre θ.

aquí aparece el MCU → debemos trabajar con el movimiento del disco.

Condición: el disco gira con ω cte. y debe recorrer θ en t_I

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{\theta}{t_I} \Rightarrow \boxed{t_I = \theta / \omega} \quad / \text{ Reemplazando en } (*)$$

$$\Rightarrow \boxed{L + v_{0I} \frac{\theta}{\omega} - \frac{1}{2} g \frac{\theta^2}{\omega^2} = 0} \quad (*')$$

Nos falta encontrar esta incógnita → el movimiento de la bolita no comienza en el intervalo I, comienza en el intervalo II

⇒ viene con una velocidad previa

⇒ analizamos el intervalo II

Intervalo II:

$y_{0II} = H$ $\quad v_{0II} = 0$

$y_{fII} = 0$ $\quad a = -g$

$v_{fII} = ?$

$t_{II} = ?$

$$y_f = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = H + 0 - \frac{1}{2} g t_{II}^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2} g t_{II}^2 \Leftrightarrow \boxed{t_{II} = \sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

para encontrar la velocidad final del intervalo:

$$v_{fII} = \cancelto{0}{v_{0II}} - g \cdot t_{II} \Leftrightarrow v_{fII} = -g\sqrt{\frac{2H}{g}} = -\sqrt{\frac{2Hg^2}{g}} = -\sqrt{2Hg}$$

$$\boxed{v_{fII} = -\sqrt{2Hg}}$$

corresponde también a la velocidad inicial del intervalo I.

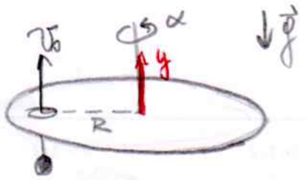
$$\Rightarrow v_{fII} = v_{0I} \quad / \text{ Reemplazando en } (*')$$

$$L - \sqrt{2gH} \cdot \frac{\theta}{\omega} - \frac{1}{2} g \frac{\theta^2}{\omega^2} = 0 \Leftrightarrow L - \frac{1}{2} g \frac{\theta^2}{\omega^2} = \sqrt{2gH}\, \frac{\theta}{\omega}$$

$$L \frac{\omega}{\theta} - \frac{1}{2} g \frac{\theta}{\omega} = \sqrt{2gH} \quad / ()^2$$

$$\left(L \left(\frac{\omega}{\theta}\right) - g\frac{\theta}{2\omega}\right)^2 = 2gH \Rightarrow H = \frac{1}{2g}\left(L\left(\frac{\omega}{\theta}\right) - g\frac{\theta}{2\omega}\right)^2 \;//$$

P3)



Datos:
- Distancia R al centro del disco
- $\omega_0 = 0$ (disco inicialmente en reposo)
- v_0 vel. inicial del proyectil

a) $\alpha = ?$, $\omega = ?$ cuando el $\underbrace{\text{proyectil vuelve a pasar por el agujero}}_{\text{condición.}}$

Dividimos el problema en el movimiento del proyectil y del disco.

· El proyectil: calculamos el tiempo que demora en pasar de nuevo por el agujero para luego reemplazarlo en la cinemática del disco.

$y_0 = 0 \rightarrow$ desde donde parte (cuando se lanza)

$y_f = 0 \rightarrow$ cuando vuelve a pasar por el agujero

$$y_f = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow v_0 \cdot t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{2v_0}{g}}$$ tiempo que tarda en pasar de nuevo por el agujero luego de ser lanzado

* En este tiempo t el disco debe girar tq. el agujero vuelva a estar en la misma posición inicial (condición).

· El Disco: Usamos ecs. de cinemática para ángulos pues α cte. (MCUA)

$$\theta(t) = \cancelto{0}{\theta_0} + \cancelto{0}{\omega_0} t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$ conveniencia / Reemplazamos t encontrado.

$$\theta(t) = \frac{1}{2} \alpha \cdot \left(\frac{2v_0}{g}\right)^2 \Rightarrow \theta(t) = 2\alpha \frac{v_0^2}{g^2}$$ / ¿$\theta(t)$? $\rightarrow$ el disco debe dar 1 vuelta para quedar en la misma posición inicial.

$$\Rightarrow \theta(t) = 2\pi.$$

$$\Rightarrow 2\pi = 2\alpha \frac{v_0^2}{g^2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi g^2}{v_0^2}$$

para encontrar ω, usamos que $\omega(t) = \alpha \cdot t$ / Reemplazando α y t encontrados

$$\omega = \frac{\pi g^2}{v_0^2} \cdot \frac{2v_0}{g} = \frac{2\pi g}{v_0} = \omega$$ //

b) $|\vec{v}_T| = ?$, $|\vec{a}| = ?$

. Para encontrar la rapidez tangencial, consideramos que el agujero es muy pequeño $\Rightarrow$ partícula a distancia R del centro.

usamos que $v_T = \omega \cdot R \Rightarrow v_T = \frac{2\pi g}{v_0} \cdot R$

Finalmente, sabemos que $\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_T$ y el módulo de $\vec{a}$ es: $|\vec{a}| = \sqrt{a_c^2 + a_T^2}$

- $a_c = \dfrac{v_T^2}{R} = \dfrac{4\pi^2 g^2}{\cancel{R}\, v_0^2} R^{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{a_c = \dfrac{4\pi^2 g^2}{v_0^2} \cdot R}$

- $a_T = \alpha \cdot R = \dfrac{\pi g^2}{v_0^2} \cdot R \Rightarrow \boxed{a_T = \dfrac{\pi g^2}{v_0^2} R}$

$$|\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 g^2}{v_0^2} R\right)^2 + \left(\frac{\pi g^2}{v_0^2} R\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi^2 g^4 R^2}{v_0^4}\left(16\pi^2 + 1\right)}$$

$$\therefore \boxed{|\vec{a}| = \frac{\pi g^2 R}{v_0^2} \sqrt{(16\pi^2 + 1)}}$$