

Guía de Ejercicios Accionamientos Máquinas tipo Jaula y CC EL 7032 Primer Semestre 2020.

Propuesta por: Roberto Cárdenas D. U de Chile

- 1) Se tiene una máquina de inducción jaula de ardilla, dos pares de polos, corriente nominal 12A, 380V con los siguientes parámetros:

$$\begin{array}{lll} R_s = 0.57\Omega & R_r = 0.733\Omega & L_r = 0.1385H \\ L_s = 0.1385H & L_0 = 0.1353H & P = 2 \text{ (pares de polos)} \end{array}$$

La máquina se alimenta desde un inversor fuente de voltaje, conectado a un dc-link de 540V. Se encuentra controlada utilizando control vectorial indirecto.

- ¿Cuál es la velocidad base cuando la máquina está operando con una corriente magnetizante de 3.15A y el algoritmo de modulación no considera inyección de armónicos de secuencia cero?. Considere corriente nominal en el estator.
 - ¿Cuál es la velocidad base cuando la máquina está operando en las mismas condiciones pero utilizando el método min-max como parte de la modulación?. Considere corriente nominal en el estator.
 - ¿Cuál es la máxima corriente magnetizante que se puede utilizar a 1900rpm considerando un 10% de la corriente de torque?
 - ¿Cuál es el torque eléctrico y potencia a la salida del motor cuando está operando a la máxima corriente de estator y velocidad nominal de 1850rpm?
- 2) Una máquina con los parámetros de 1) se encuentra operando a 1000rpm, control vectorial indirecto, con corriente magnetizante de 3.15A y 85% del torque nominal. Se pide:
- Encuentre la velocidad sincrónica, el deslizamiento y la corriente de cuadratura, cuando la máquina opera como motor.
 - La máquina se encuentra perfectamente orientada, en las condiciones de a), cuando la resistencia del rotor aumenta al doble por efectos térmicos, pero este cambio no se refleja en los parámetros existentes en el procesador. Encuentre las corrientes d - q verdaderas de la máquina. ¿Con que deslizamiento se encuentra operando la máquina? ¿Está operando en condiciones de saturación o a flujo debilitado?
 - La máquina se encuentra ahora operando en un sistema de refrigeración donde existe una temperatura de -15 grados Celcius y por este motivo la resistencia de rotor baja a la mitad. Asumiendo las condiciones de a) en forma inicial, encuentre las corrientes directas y en cuadratura de la máquina (corrientes físicas).
- 3) Trabajo simbólico. Una máquina tiene una constante de tiempo de rotor τ_r y se encuentra operando bajo control vectorial indirecto. Por problemas de mala identificación, el control vectorial indirecto implementado en el procesador utiliza una constante de

tiempo $\hat{t}_r$ y se encuentra regulando, con cero error en estado estacionario, una corriente directa $\hat{i}_{sd}$ y de cuadratura $\hat{i}_{sq}$. Se pide:

- Encontrar la corriente magnetizante real en función de la razón $\tau_r/\hat{t}_r$
 - La máquina está operando a la corriente nominal de 12A, bajo la velocidad base, y la corriente magnetizante regulada por el procesador es 3.15A, grafique el porcentaje de saturación de la máquina como una función de la razón $\tau_r/\hat{t}_r$. Considere el rango 0.3 a 3.3.
 - Si la máquina está operando a la corriente nominal de 12A y la corriente magnetizante regulada es de 3.15A, grafique la desorientación en grados (entre $\hat{\psi}_r$ y ψ_r) como una función de la razón $\tau_r/\hat{t}_r$. Considere el rango 0.3 a 3.3.
- 4) Se implementa un sistema de control vectorial directo que utiliza un integrador modificado con función de transferencia (en Laplace) de $1/(s+\omega_c)$.
- Encuentre la frecuencia de estator en la cual se produce una desorientación de 15 grados entre ψ_s y $\hat{\psi}_s$.
 - Se logra mejorar el integrador modificado hasta que se comporta casi como un integrador ideal. Se está operando con control vectorial directo utilizando la máquina del punto 1), con corriente magnetizante de 3.15A y corriente nominal de estator (12A). La resistencia de estator en el procesador es $\hat{R}_s = 0.5R_s$. La máquina está operando con frecuencia de estator igual a 50Hz y comienza a reducir su velocidad rotacional manteniendo las mismas corrientes. ¿En qué punto se produce una desorientación de 15 grados entre ψ_s y $\hat{\psi}_s$? (Puede utilizar simplificaciones, pero debe justificarlas) .
- 5) Al efectuar control directo de torque (DTC) (un método de control con dinámica similar a control vectorial), las ecuaciones de la máquina jaula de ardilla se dejan en función de los flujos de rotor y estator (como variables de estado). Demuestre que estas ecuaciones de estado, referidas al sistema de ejes estacionarios α - β de estator son:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\psi_s}{dt} \\ \frac{d\psi_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma\tau_s} & \frac{L_0}{\sigma\tau_s L_r} \\ \frac{L_0}{\sigma\tau_s L_r} & j\omega_r - \frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_s$$

6) En la Figura 1 se muestra un convertor alimentando una máquina de inducción. El algoritmo utilizado es vectorial indirecto, con orientación en el flujo de rotor. Por otro lado, en la Figura 2 se muestran varias señales eléctricas, a las cuales por un error no se les colocó la escala en el eje “y” ni el nombre de las señales, pero se sabe que las señales graficadas son las que se muestran en la tabla 1 y que solo una señal no comienza en 0. Además, debe tomar en cuenta que en algunos puntos la carga en el eje y/o la velocidad de referencia son cambiados.

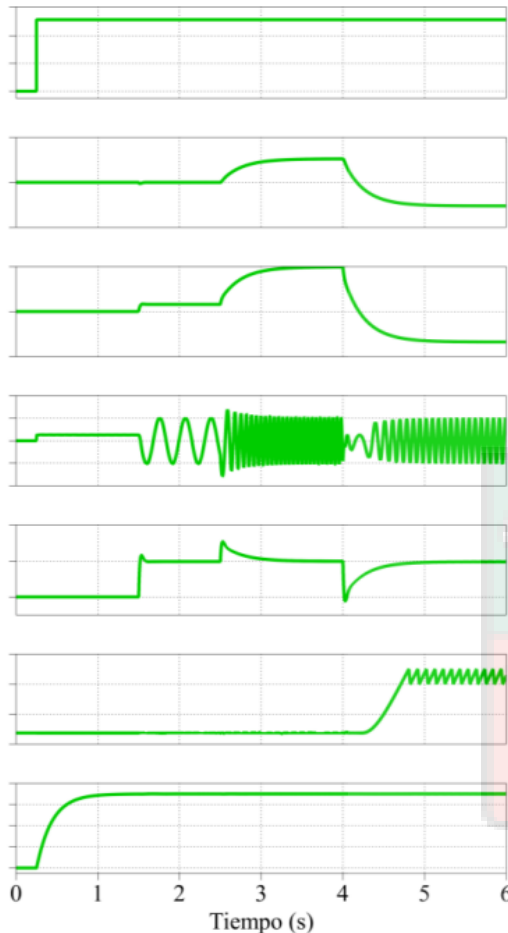


Figura 2: Señales medidas en el sistema

A partir de esta información se pide:

- Asocie, justificadamente, el nombre correcto de la tabla 1 con cada gráfica de la Figura 2. (10 puntos)
- Utilizando la información entregada por dos gráficos. ¿Es posible conocer (aproximadamente) la constante de tiempo del rotor? (10 puntos)

7) Repita el punto 5) pero ahora encontrando las ecuaciones dinámicas de la máquina considerando como variables de estado el vector flujo del entrehierro y el vector corriente de estator.

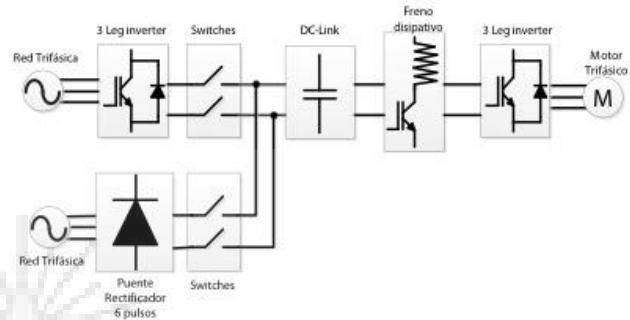


Figura 1: Motor de Inducción alimentado por variador de frecuencia. No considere conectado el convertor fuente de voltaje del lado izquierdo

Tabla 1: Nombre de las variables eléctricas.

Referencia corriente directa
Referencia corriente cuadratura
Tensión enlace DC
Corriente por la fase a
Velocidad mecánica
Flujo de rotor en eje directo
Frecuencia

8) Demuestre que:

- a) Si la corriente máxima de estator es I_{max} entonces, en estado estacionario se cumple la siguiente ecuación de una elipse:

$$\left[\frac{v_d}{\omega_e \sigma L_s} \right]^2 + \left[\frac{v_q}{\omega_e L_s} \right]^2 \leq I_{max}^2$$

- b) El torque electromagnético de una máquina de inducción jaula de ardilla se puede escribir como:

$$T_e = k \frac{P}{2} \frac{L_0}{\sigma L_s L_r} (\underline{\psi}_s \otimes \underline{\psi}_r)$$

Donde k es una constante y $\otimes$ representa el producto cruz.

- c) Cuando se utiliza orientación en el flujo del rotor se cumple que:

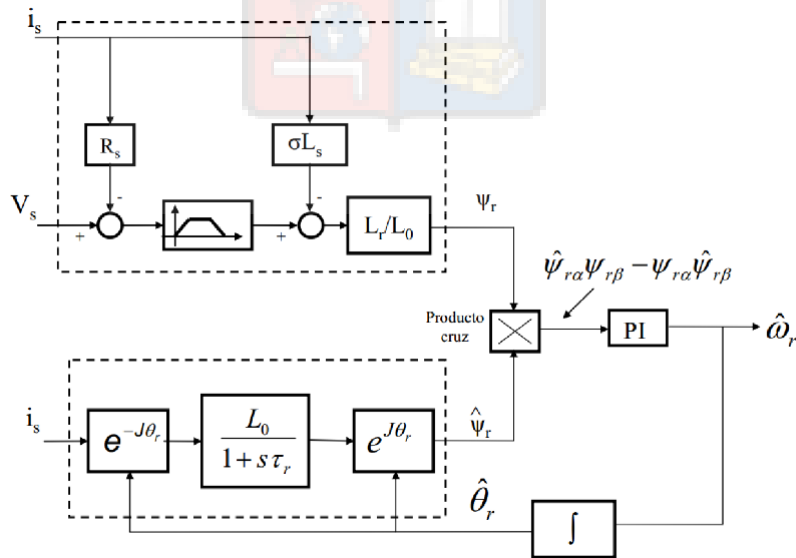
$$i_{rq} = -\frac{L_s}{L_0} i_{sq}$$

- d) Si la potencia (activa) de entrada de una máquina es proporcional al producto punto entre el vector voltaje de estator y el vector corriente de estator, entonces la potencia de entrada, bajo la velocidad base, es:

$$P_{in} = k \left[R_s (i_d^2 + i_q^2) + \left(\frac{L_o}{L_r} \right) R_r i_q^2 + \omega_r \frac{L_o^2 i_d}{L_r} i_q + \frac{1}{2} \sigma L_s \left(\frac{di_q^2}{dt} + \frac{di_d^2}{dt} \right) \right]$$

- e) Demuestre que el flujo de rotor, referido al estator, también puede escribirse como:

$$\frac{d\underline{\psi}_r}{dt} = \left(j\omega_r - \frac{1}{\tau_r} \right) \underline{\psi}_r + \frac{L_0}{\tau_r} \underline{i}_s$$



Sistema "Sensorles" MRAS

- 9) La figura anterior muestra un sistema utilizado para medir la velocidad conocido como "MRAS observer" (Model Referente Adaptive System) y que utiliza el estimador de flujo de rotor, basado en un integrador modificado, como modelo o "ground truth". El modelo adaptivo en la figura depende del voltaje. Las variables de entrada, voltaje de estator y corriente de estator están en coordenadas α - β de estator. Explique por qué en estado estacionario, asumiendo correcta estimación de los parámetros, la salida del estimador es la velocidad rotacional de la máquina jaula de ardilla.

- 10) Demuestre lo siguiente:

- a) Para una máquina de inducción jaula de ardilla, demuestre que la corriente i_{rq} referida al flujo de estator puede ser calculada como:

$$i_{rq} = -\frac{L_s}{L_0} \frac{|\underline{\psi}_s \otimes \underline{i}_s|}{|\underline{\psi}_s|}$$

y que la corriente i_{rq} referida al flujo de rotor es calculada como:

$$i_{rq} = -\frac{L_r}{L_0} \frac{|\underline{\psi}_s \otimes \underline{i}_s|}{|\underline{\psi}_s - \sigma L_s \underline{i}_s|}$$

Donde el símbolo $\otimes$ representa el producto cruz entre dos vectores.

- b) Para una máquina jaula de ardilla se cumple que al referir las variables al eje estacionario α - β de estator se tiene:

$$\underline{v}_s = \sigma L_s \frac{d\underline{i}_s}{dt} + (1 - \sigma) \frac{L_s}{L_0} \frac{d\underline{\psi}_r'}{dt} + R_s \underline{i}_s \quad \frac{d\underline{\psi}_r'}{dt} = \left(j\omega_r - \frac{1}{\tau_r} \right) \underline{\psi}_r' + \frac{L_0}{\tau_r} \underline{i}_s$$

- 11) Considere el accionamiento de un motor de inducción jaula de ardilla, la máquina se alimenta utilizando un inversor trifásico de dos niveles con modulación PWM convencional donde la señal modulante se compara con una señal dientes de sierra de 5 [kHz]. Por un error de diseño, un grupo de ingenieros no pudo implementar la inyección de terceros armónicos en la modulación. La tensión del DC-link es de 800 [V] y los IGBTs del convertidor tienen un tiempo mínimo de encendido de 5 [μ s]. Considere además que el control se realiza mediante control vectorial indirecto. Los parámetros de la máquina son:

dos pares de polos, corriente nominal 15 [A], corriente magnetizante de 5.7 [A]

$$R_s = 0.567 \, \Omega \quad R_r = 0.733 \, \Omega \quad L_s = L_r = 0.1385 \, H \quad L_0 = 0.1353 \, H$$

- a) Demuestre que al orientar en el flujo de estator (utilizando $\vec{\psi}_s$ y $\vec{i}_s$ como variables) y asumir el flujo de estator aproximadamente constante, es posible calcular el deslizamiento como:

$$\omega_{sl} = \frac{L_s(i_{sq} + \sigma \tau_r \frac{di_{sq}}{dt})}{\tau_r(\psi_{sd} - \sigma L_s i_{sd})}$$

- b) Encuentre la velocidad máxima posible de alcanzar con esta topología, cuando la máquina se encuentra operando con el 80% del flujo de rotor y corriente nominal en los devanados de estator.
- c) La máquina es conectada a un sistema mal diseñado por el grupo de ingenieros. Por una mala conexión el hierro se satura y todas las inductancias bajan a un valor de 80% del nominal. Como resultado del calentamiento producido las resistencias se incrementan en un 80% con respecto al valor original. El sistema de control vectorial, cuya implementación digital no ha sido cambiada, está en teoría operando con 5.7 [A] de magnetizante y un 70% de torque nominal. Encuentre las corrientes magnetizantes (i_{sd}) y de torque (i_{sq}) reales.
- 1) **Máquina de Continua.** Un rectificador totalmente controlado en base a tiristores, suministra una corriente de hasta 300A a la armadura de una máquina dc. La armadura puede ser modelada como una contrafuerza electromotriz dependiente de la velocidad, más una resistencia de 50mΩ conectada en serie, y una inductancia de 20mH. La contrafuerza electromotriz está relacionada con la velocidad rotacional por una constante de 3v-seg/rad. El conversor es alimentado desde una fuente de 415V 50Hz, cuya inductancia es 250μH/fase, con resistencia despreciable. Calcule:
- a) El máximo valor de salida dc del rectificador que se puede obtener cuando se encuentra suministrando 280A. Encuentre también la velocidad alcanzada por el motor.
 - b) El ángulo de overlap y el ángulo de disparo α , cuando el motor opera a 600rpm y 300A.
 - c) La corriente peak to peak aproximada alcanzada en b). Justifique cualquier simplificación que deba hacer.
- (sugerencia. El efecto de la resistencia puede ser modelado como una caída de tensión constante producida por la circulación de corriente media)
- 2) **Máquina de Continua.** Un rectificador trifásico controlado es construido utilizando tiristores con un tiempo de apagado de 300 μs. La corriente de salida es suavizada por un inductor de resistencia despreciable y corriente de carga igual a 260 A. Al operar en modo inversor se utiliza un margen de seguridad de 10°. El rectificador es alimentado con una red de 415 V, 50 Hz y reactancia inductiva de 0.18 Ω por fase (resistencia despreciable).
- a) Determina la tensión media de salida y el ángulo de conmutación cuando el ángulo de disparo es 30°.

- b) Determine el valor de la inductancia requerida para limitar el ripple de la corriente del lado DC en 20 A (peak-to-peak) para un ángulo de disparo de 30°.
- c) Determina el máximo ángulo de disparo que se debería utilizar para una corriente DC de 260 A tomando en cuenta el ángulo de seguridad.

(recuerde que:)

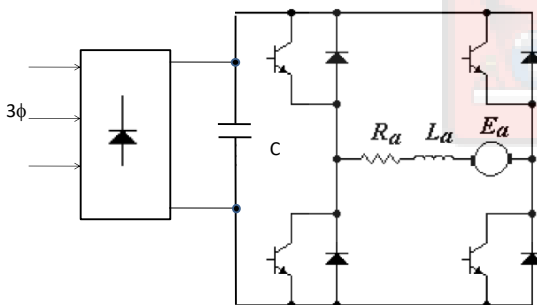
$$\bar{V} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{LL} \cos(\alpha) - \frac{3\omega L_s I_d}{\pi}$$

$$\cos(\alpha + u) = \cos(\alpha) - \frac{2\omega L_s}{\sqrt{2}V_{LL}} I_d$$

- 3) **Máquina de Continua.** Un puente de tiristores de seis pulsos es alimentado por una fuente trifásica de 415V (línea a línea), 50Hz. La fuente tiene impedancia despreciable. El puente de tiristores es utilizado para alimentar la armadura de un motor DC con una inductancia de 5mH y resistencia de armadura despreciable. La contra fuerza electromotriz del motor es 3V/rads⁻¹. Se pide:

- a) Calcule el ángulo de disparo para operación con corriente sin cruces por cero a 1000rpm.
- b) ¿Con qué valor de corriente media se tienen discontinuidades de corriente (cruces por cero) en la salida? ¿Cuál es el ripple de corriente (peak to peak) para este caso)?

- 4) **Máquina de Continua.** Se tiene el siguiente sistema de control de una máquina de corriente continua, implementado utilizando electrónica de potencia:



Los parámetros de la máquina son:

$P = 7\text{kW}$	$R_a = 1,02 \text{ ohms}$
$V = 440 \text{ Volts}$	$L_a = 120 \text{ mH}$
$K_t = 2.54$	$J = 0,2 \text{ Kg m}^2$
$B = 0,02$	Nm-s/rads

El condensador C es 2000μF. La red trifásica es de aproximadamente 380V. Asuma que el ripple en el condensador es insignificante y que la fricción viscosa es prácticamente despreciable. La máquina está girando a 1500rpm cuando en t=0 bruscamente se desacelera aplicando un escalón de máximo torque negativo. Se pide:

- a) Encuentre el máximo valor de voltaje que alcanza el condensador durante el frenado, (sin considerar resistencia de frenado). Desprecie la resistencia de armadura de la máquina DC.
- b) Encuentre el máximo valor de voltaje que alcanza el condensador durante el frenado, y también la potencia entregada (sin considerar resistencia de frenado). Considere la resistencia de armadura de la máquina DC.
- 5) **Máquina de continua:** Un rectificador trifásico, totalmente controlado, opera conectado a una fuente trifásica de 380V(rms), 50Hz, alimentando un motor de corriente continua que tiene una inductancia de armadura de 7mH y resistencia despreciable. La contrafuerza electromotriz del motor es de 2.75V/rads^{-1} . Se pide:
- a) Calcule la corriente peak to peak de la máquina cuando opera a 950rpm, corriente plana. Encuentre además el valor de la corriente media de armadura en que ésta se hace discontinua,
- b) Encuentre la diferencia de ángulo de disparo que se produce -con respecto a lo obtenido en a) para operación a 950rpm, corriente plana- cuando se utiliza un transformador Y-Y elevador en la entrada, con razón 1.2 e inductancia de dispersión de 2mH.

