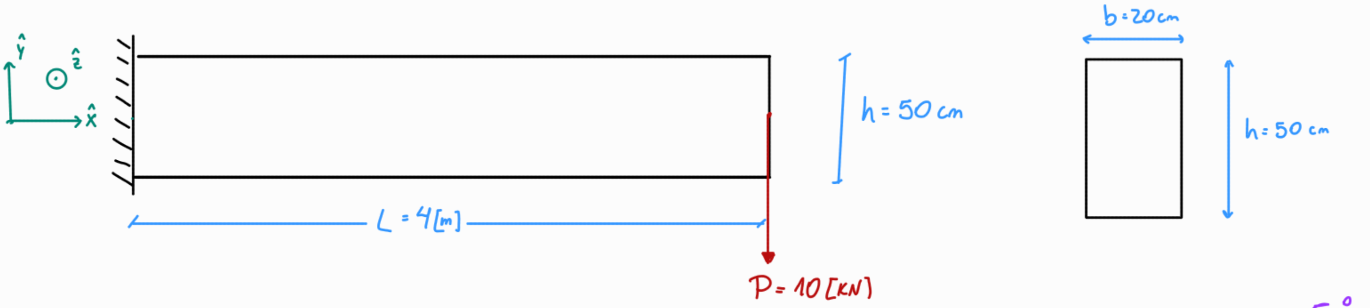
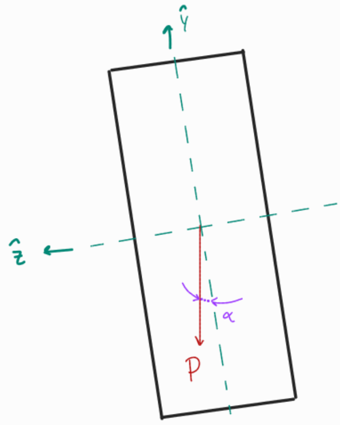
Taller 8: Flexión



Por problemas en la instalación de la viga, esta posee una inclinación $\alpha = 5°$

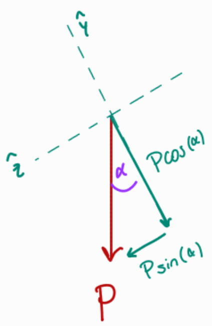


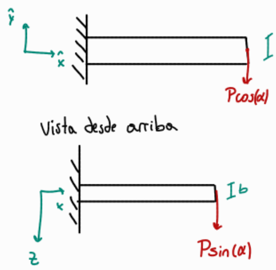
Primero debemos encontrar el angulo de inclinación "β" del eje neutro, para eso necesitamos la Inercia en y, z de la sección

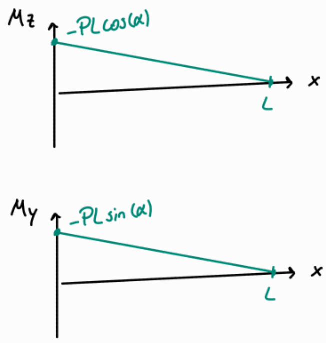
$$I_y = \frac{hb^3}{12} \qquad I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{(50\,cm)(20\,cm)^3}{12} = 33333\,cm^4 \qquad I_z = \frac{(20cm)(50cm)^3}{12} = 208333\,cm^4$$

Luego descomponemos la fuerza P en los ejes de referencia para obtener el momento en las dos direcciones, conociendo los diagramas de momento conoceremos la ubicación en X donde ocurran los mayores valores del momento







$$M_z = -PL\cos(\alpha)$$

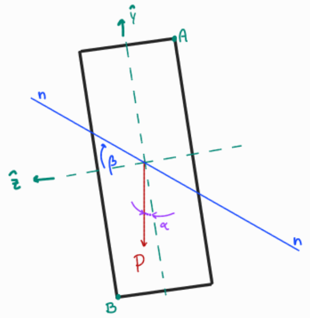
$$M_z = -39.8\,[kNm]$$

$$M_y = -P \cdot L \cdot sen(\alpha)$$

$$M_y = -3.4\,[kNm]$$

$$\boxed{\tan(\beta) = \frac{M_y \cdot I_z}{M_z \cdot I_y}} \longrightarrow \beta = 28.7°$$

Con esto podemos encontrar las fibras más comprimidas y traccionadas de la sección, que corresponden a las más alejadas del eje neutro A y B



$$(y_A, z_A) = (25\,cm, -10\,cm)$$

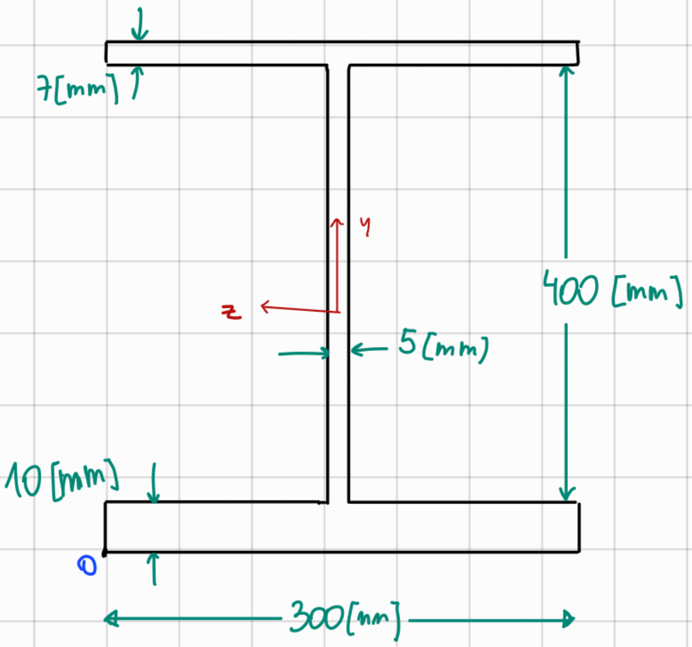
$$(y_B, z_B) = (-25\,cm, 10\,cm).$$

Luego, la tensión en ambos puntos es:

$$\sigma_{xx}^{A} = \frac{M_y}{I_y} z_A - \frac{M_z}{I_z} y_A = \frac{(-3.4\,KNm)}{33\,333\,cm^4} \cdot (-10\,cm) - \frac{(-39.8\,KNm)}{208\,333\,cm^4} \cdot (25\,cm) = 5827\,\frac{KN}{m^2}$$

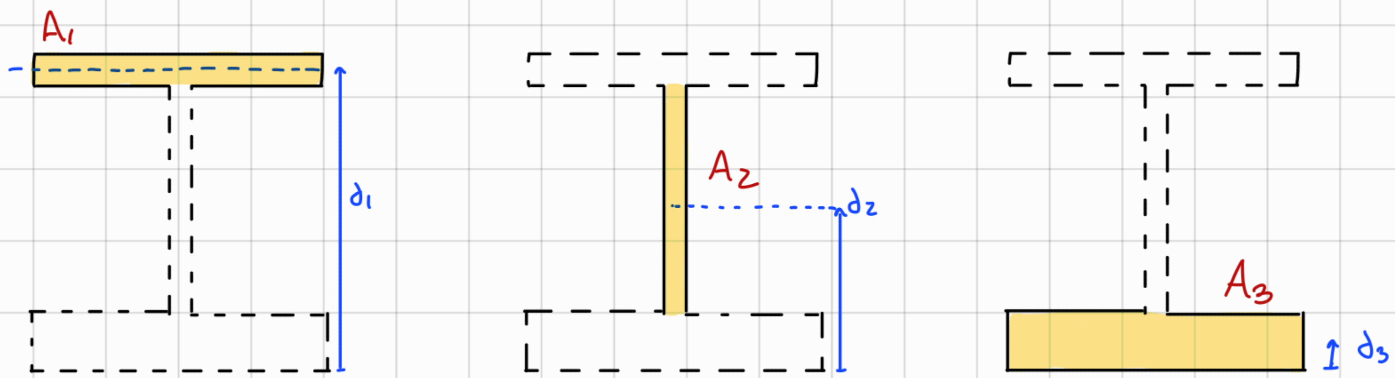
$$\sigma_{xx}^{B} = \frac{M_y}{I_y} z_B - \frac{M_z}{I_z} y_B = \frac{(-3.4\,KNm)}{33\,333\,cm^4} \cdot (10\,cm) - \frac{(-39.8\,KNm)}{208\,333\,cm^4} \cdot (-25\,cm) = -5827\,\frac{KN}{m^2}$$

Ejercicio: Determinar el momento de inercia de la siguiente sección I con respecto a los ejes z e y en su centro de gravedad.



Primero determinemos el centro de gravedad (c.g) de la sección.
Parandonos en la parte inferior/Izq (0) y separando en 3 rectangulares con c.g conocidos.
Por simetría en z, sabemos que el c.g está en los 150 mm del borde "0"

$$z_{cg} = 150\,mm$$



$d_1 = 10 + 400 + \frac{7}{2} = 413.5\,[mm]$ $\quad d_2 = 10 + \frac{400}{2} = 210\,[mm]$ $\quad d_3 = 10/2 = 5\,[mm]$

$$y_{cg} = \frac{d_1\cdot(7\times300) + d_2\cdot(5\times400) + d_3\,(10\times300)}{(7\cdot300) + (5\times400) + (10\times300)} = 183.57\,[mm]$$

Ahora calcular la inercia de cada rectangulo, comenzando por la inercia en "y". Recordar que se asocia al eje de giro, y las 3 areas poseen el mismo eje de giro en "y".

$\underline{A_1|}$ $$I_{y_1} = \frac{(300)^3\,7}{12} = 1.575\times10^7\,[mm^4]$$

$\underline{A_2|}$ $$I_{y_2} = \frac{400\cdot(5)^3}{12} = 4.167\times10^3\,[mm^4]$$

A_3) $$I_{y_3} = \frac{(300)^3 \cdot 10}{12} = 2.25 \times 10^7 \, [mm^4]$$

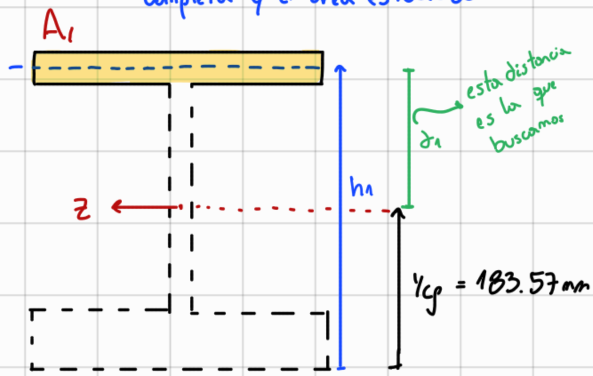
$$\boxed{I_y = I_{y_1} + I_{y_2} + I_{y_3} = 3{,}825 \times 10^7 \, [mm^4]}$$

Ahora para calcular la inercia en z hay que notar que los c.g. de cada area no están centrados con respecto al c.g de la sección, por lo que necesitamos conocer esta diferencia "d_i"

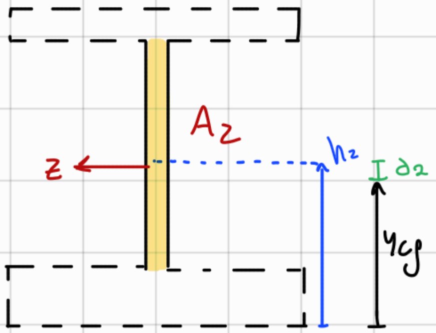
Steiner: $$I = I_{cg} + \underbrace{d}_{\text{distancia entre c.g de la sección completa y el area estudiada}}^{2} \cdot \overset{\text{Area}}{A}$$

A_1) $$I_{z_1} = \frac{300 \cdot (7)^3}{12} + (\underbrace{h_1 - y_{cg}}_{d_1})^2 (300 \times 7)$$

$$I_{x_1} = 1.11 \times 10^8 \, [mm^4]$$



A_2)

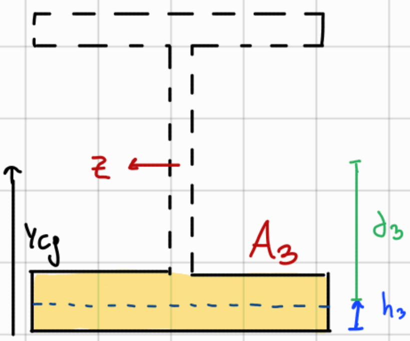


$$I_{z_2} = \frac{(5)(400)^3}{12} + (\underbrace{h_2 - y_{cg}}_{d_2})^2 (5 \times 400)$$

$$I_{x_2} = 2.806 \times 10^7 \, [mm^4]$$

A_3) $$I_{z_3} = \frac{300 \times (10)^3}{12} + (\underbrace{h_3 - y_{cg}}_{d_3})^2 (300 \times 10)$$

$$I_{x_3} = 9{,}569 \times 10^7 \, [mm^4]$$



$$\boxed{I_z = I_{z_1} + I_{z_2} + I_{z_3} = 2.348 \times 10^8 \, [mm^4]}$$