

CI3111 Mecánica Estructural

Semestre Primavera 2022

Tarea 3

Temas: Esfuerzos internos en vigas y marcos

Fecha de entrega: Martes 27 de septiembre, hasta 23:59 pm

Problema 1: Dos elementos vigas AB y BC se conectan a través de una rótula en B. El sistema soporta las cargas mostradas en la Fig. 1. El apoyo A es empotrado y el C deslizante. Calcular:

- Diagrama de corte de viga AC
- Diagrama de momento de flexión de viga AB
- Chequear resultados utilizando programa computacional

Ambos diagramas deben estar acotados, es decir, indicar los valores importantes (máximos, mínimos, cruces por cero, etc).

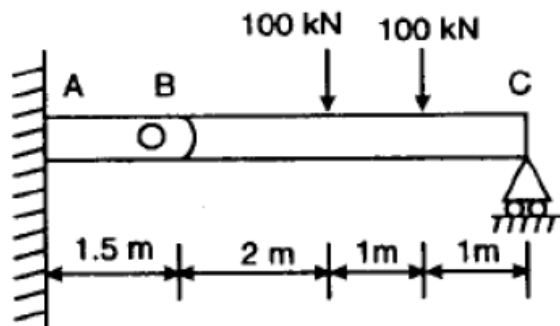


Fig. 1. Estructura de enrejado sometido a cargas puntales.

Problema 2: Para el marco tri-articulado que se muestra en la Fig. 2, determine y dibuje el diagrama de reacciones y los diagramas de esfuerzos internos. Acote valores máximos y mínimos locales de los diagramas. Observe que el nodo D genera una conexión rotulada.

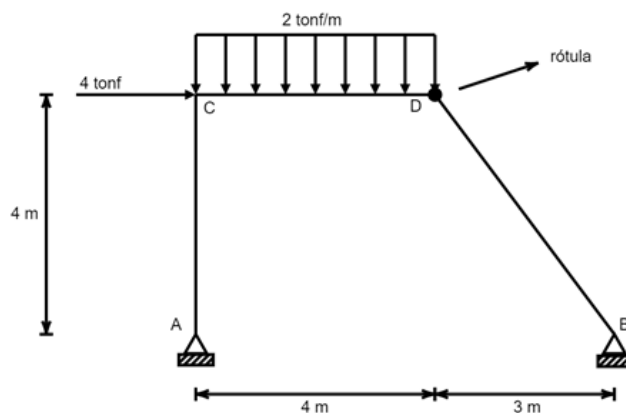


Fig. 2. Configuración de marco tri-articulado ante cargas verticales y horizontales

Problema 1: Dos elementos vigas AB y BC se conectan a través de una rótula en B. El sistema soporta las cargas mostradas en la Fig. 1. El apoyo A es empotrado y el C deslizante. Calcular:

- Diagrama de corte de viga AC
- Diagrama de momento de flexión de viga AB
- Chequear resultados utilizando programa computacional

Ambos diagramas deben estar acotados, es decir, indicar los valores importantes (máximos, mínimos, cruces por cero, etc).

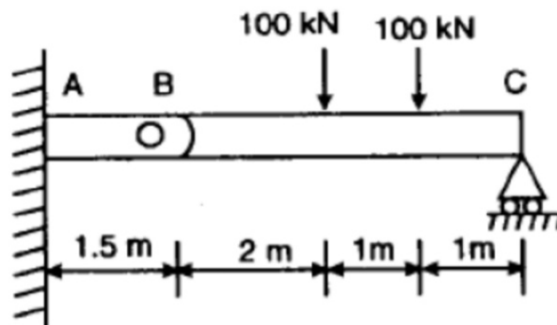
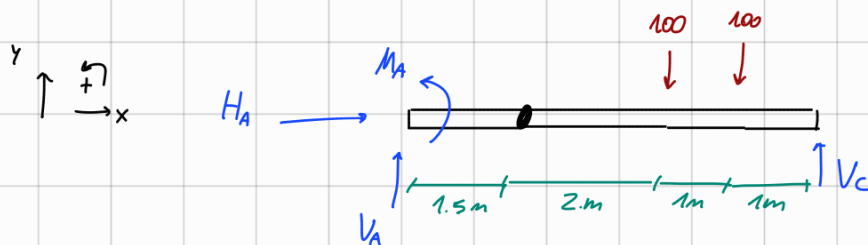


Fig. 1. Estructura de enrejado sometido a cargas puntuales.

Primero se determinan las reacciones en los apoyos



$$F_x \quad H_A = 0$$

$$F_y \quad V_A + V_C - 100 - 100 = 0$$

$$M_A \quad M_A - 100(3.5) - 100(4.5) + V_C(5.5) = 0$$

$$M_{rotula} \quad -100(2) - 100(3) + V_C(4) = 0$$

Por la rótula nos aparece una nueva ecuación para resolver el problema.

La idea es pararnos en la rótula y solo estudiar hacia un lado de esta. En este caso se considera el derecho para hacer equilibrio de momento

$$H_A = 0 \text{ [kN]}$$

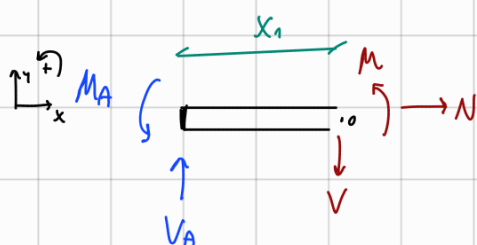
$$V_A = 75 \text{ [kN]}$$

$$V_C = 125 \text{ [kN]}$$

$$M_A = 112.5 \text{ [kNm]}$$

Para determinar el diagrama de corte de la viga AC nos paramos en puntos importantes (como lo son rotules, apoyos y cargas puntuales)

Tramo A-B $x_1 \in [0, 1.5)$ (análisis izq a der)



$$\sum F_x \quad N = 0$$

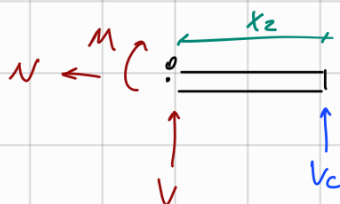
$$\sum F_y \quad V_A - V(x) = 0$$

$$\sum M_o \quad M_A + M(x) - V_A x_1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} N(x) = 0 \\ V(x) = V_A \\ M(x) = V_A x_1 - M_A \end{array} \right\}$$

Tramo C-B (análisis der a izq)

$x_2 \in [0, 1)$



$$\sum F_x \quad N = 0$$

$$\sum F_y \quad V(x) + V_C = 0$$

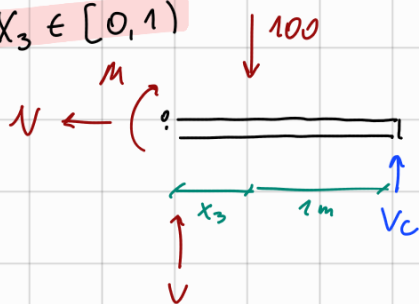
$$\sum M_o \quad -M(x) + V_C x_2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} N(x) = 0 \\ V(x) = -V_C \\ M(x) = V_C x_2 \end{array} \right\}$$

Importante: Del sentido de análisis se obtienen algunas relaciones

$$\begin{array}{l} \text{Izq - der} \rightarrow V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad \wedge \quad \left(q = -\frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ \text{der - Izq} \rightarrow V = -\frac{\partial M}{\partial x} \quad \wedge \quad \left(q = \frac{\partial V}{\partial x} \right) \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{"q" una carga} \\ \text{distribuida cuando} \\ \text{existe} \end{array}$$

$x_3 \in [0, 1)$



$$\sum F_x \quad N = 0$$

$$\sum F_y \quad V + V_C - 100 = 0$$

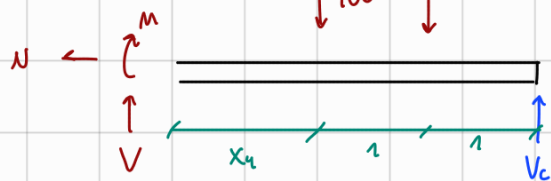
$$\sum M_o \quad -M - 100 x_3 + V_C (x_3 + 1) = 0$$

$$N(x) = 0$$

$$V(x) = 100 - V_C$$

$$M(x) = (V_C - 100)x_3 + V_C(1)$$

$$x_4 \in [0, 2)$$



$$\sum F_x) \quad N = 0$$

$$\sum F_y) \quad V - 100 - 100 + V_c = 0$$

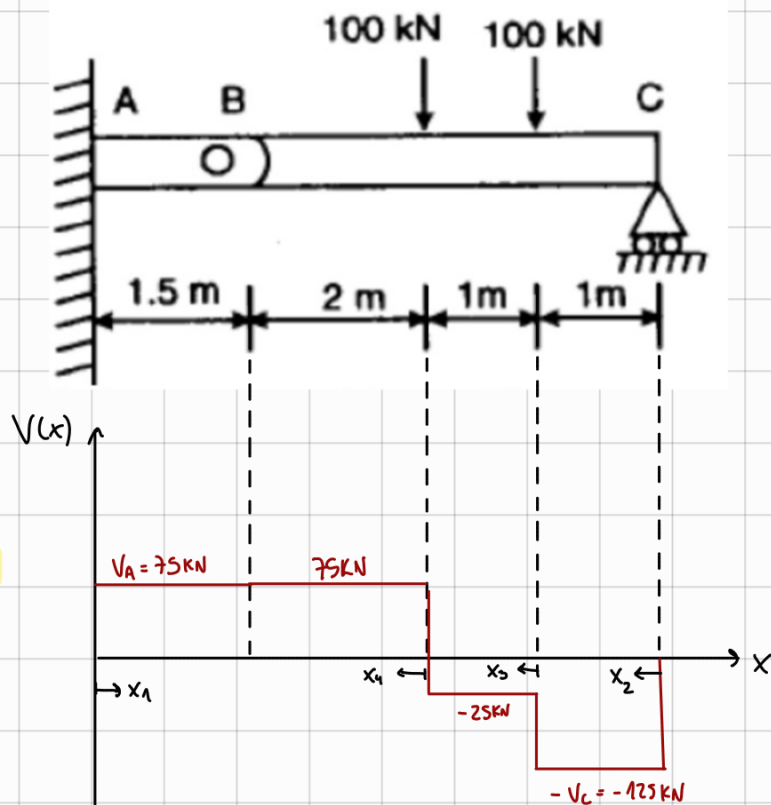
$$\sum M_o) \quad -M - 100(x_4) - 100(x_4 + 1) + V_c(x_4 + 2) = 0$$

$$N(x) = 0$$

$$V(x) = 200 - V_c$$

$$M(x) = (V_c - 200)x_4 - 100(1) + V_c(2)$$

Se construye los diagramas de corte y flexión pedidos:



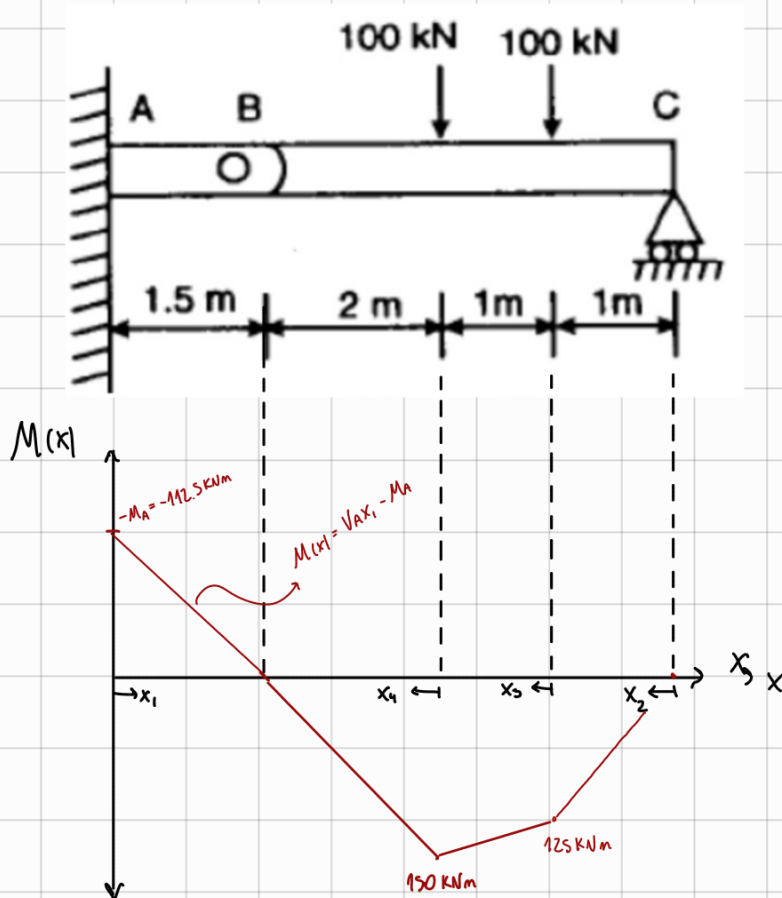
Corte

Como formar el diagrama de manera rápida?

- 1) Comiencen con una reacción que sea perpendicular a la estructura, en este caso V_A . Esta apunta hacia arriba, por lo que el diagrama parte en su valor
- 2) Avanzar hasta encontrar otra fuerza perpendicular, como los 100 kN dependiendo del sentido de esta bajar o subir en el diagrama

Momento

Los diagramas de momento los dibujamos "al revés", con los valores positivos hacia abajo



El enunciado solo pide este tramo

CI3111 Mecánica Estructural

Semestre Primavera 2022

Tarea 3

Temas: Esfuerzos internos en vigas y marcos

Fecha de entrega: Martes 27 de septiembre, hasta 23:59 pm

Problema 1: Dos elementos vigas AB y BC se conectan a través de una rótula en B. El sistema soporta las cargas mostradas en la Fig. 1. El apoyo A es empotrado y el C deslizante. Calcular:

- Diagrama de corte de viga AC
- Diagrama de momento de flexión de viga AB
- Chequear resultados utilizando programa computacional

Ambos diagramas deben estar acotados, es decir, indicar los valores importantes (máximos, mínimos, cruces por cero, etc).

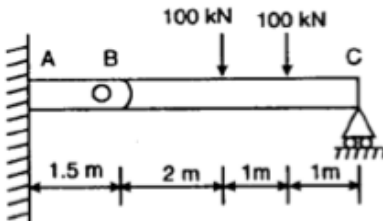


Fig. 1. Estructura de enrejado sometido a cargas puntuales.

Problema 2: Para el marco tri-articulado que se muestra en la Fig. 2, determine y dibuje el diagrama de reacciones y los diagramas de esfuerzos internos. Acote valores máximos y mínimos locales de los diagramas. Observe que el nodo D genera una conexión rotulada.

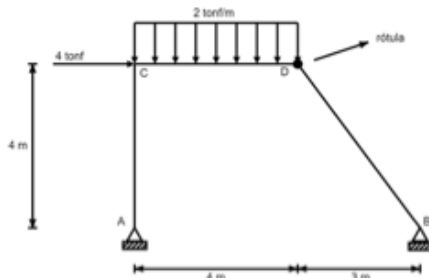
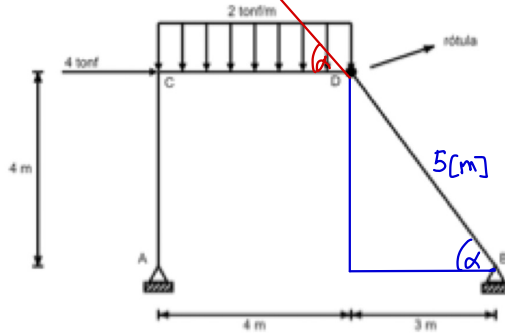


Fig. 2. Configuración de marco tri-articulado ante cargas verticales y horizontales

Problema 2: Para el marco tri-articulado que se muestra en la Fig. 2, determine y dibuje el diagrama de reacciones y los diagramas de esfuerzos internos. Acote valores máximos y mínimos locales de los diagramas. Observe que el nodo D genera una conexión rotulada.



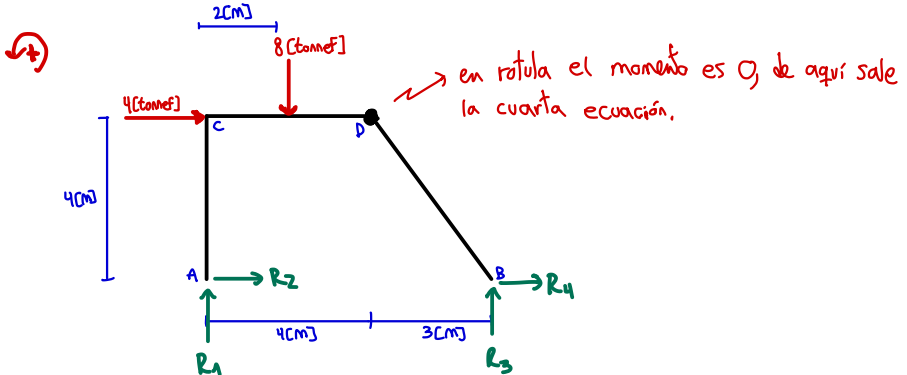
$$\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Fig. 2. Configuración de marco tri-articulado ante cargas verticales y horizontales

⇒ calculemos Reacciones.

DCL:



⇒ Ecuaciones:

$$\sum F_x: R_1 + R_3 = 8 \text{ [tonneF]} \quad ①$$

$$\sum F_y: R_2 + R_4 = -4 \text{ [tonneF]} \quad ②$$

$$\sum M_A: -4 \cdot 4 - 2 \cdot 8 + 7 \cdot R_3 = 0$$

$$\Rightarrow 7 \cdot R_3 = 32 \quad ③$$

$$\sum M_{Der}: 3 \cdot R_3 + 4 \cdot R_4 = 0 \quad ④$$

Resolviendo el sistema:

$$R_1 = x = 24/7$$

$$R_2 = y = -4/7$$

$$R_3 = z = 32/7$$

$$R_4 = w = -24/7$$

Esfuerzos Internos:

Tramo AC: $x \in [0, 4]$



$$\Rightarrow \underline{\Delta F_x}: N = -\frac{24}{7} \text{ [tonnef]}$$

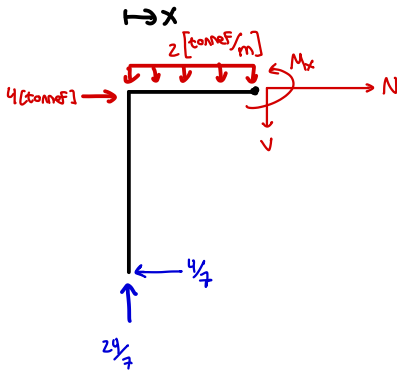
$$\underline{\Delta F_y}: V = \frac{4}{7} \text{ [tonnef]}$$

$$\underline{\Delta M_x}: M_x(x) = \frac{4}{7} \cdot x$$

$$\Rightarrow M(x=0) = 0 \rightarrow \text{Rotula, tiene sentido.}$$

$$M(x=4) = \frac{16}{7} \text{ [tonnef} \cdot \text{m]}.$$

Tramo CD: $x \in [0, 4]$



$$\underline{\Delta F_x}: N = -\frac{24}{7}$$

tiene sentido el axial de la columna se propaga como esf. corte a la viga.

$$\underline{\Delta F_y}: V(x) = \frac{24}{7} - 2 \cdot x$$

$$\Rightarrow V(x=0) = \frac{24}{7} \text{ [tonnef]}$$

$$V(x=4) = -\frac{32}{7} \text{ [tonnef]}$$

$$\underline{\Delta M_x}: M(x) = \frac{16}{7} + \frac{24 \cdot x}{7} - x^2$$

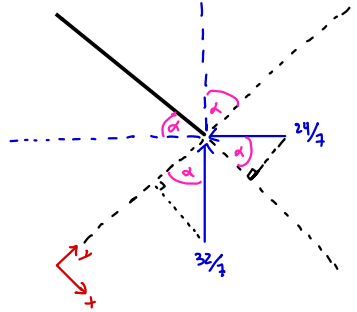
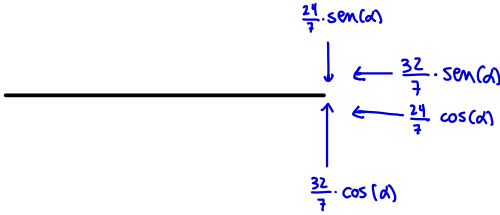
$$\Rightarrow M(x=0) = \frac{16}{7} \text{ [tonnef} \cdot \text{m]} \rightarrow \text{continuidad en el momento, tiene sentido.}$$

$$M(x=4) = 0 \rightarrow \text{Rotula, tiene sentido.}$$

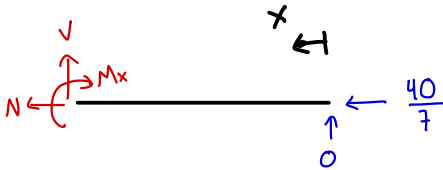
Tramo BD : $x \in [0, 5]$. Voy de Der. a Izq. $\odot$
 cambiando mi Sist. de Referencia para el caso:

$$\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$$



$\Rightarrow$ Queda:



$$\Rightarrow \underline{\angle M_x}: M_x = 0$$

$$\underline{\angle F_y}: V = 0 \text{ [tonneF]}$$

$$\underline{\angle F_x}: -N - \frac{40}{7} = 0$$

$$\Rightarrow N = -\frac{40}{7} \text{ [tonneF]}$$

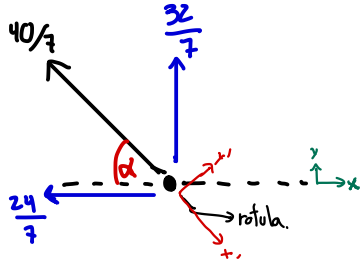
Notar en el extremo, en la rótula:

$\Rightarrow$ Evaluado en la rótula:

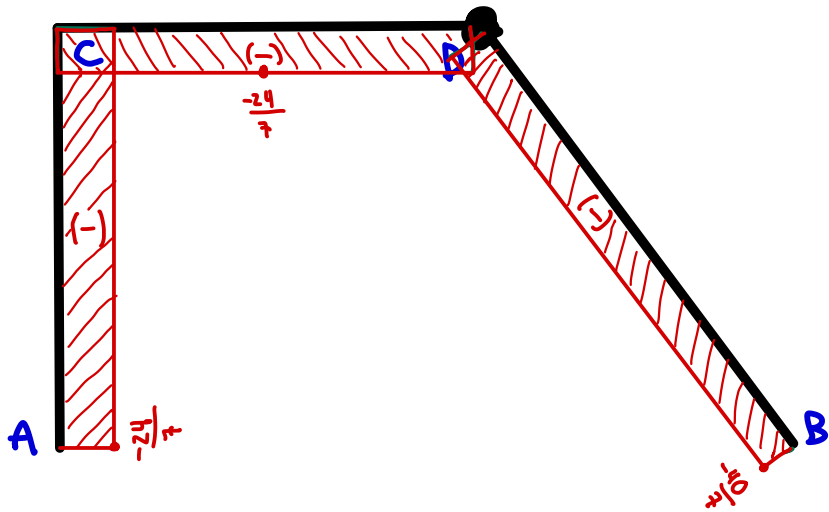
$$\Rightarrow N \cdot \cos(\alpha) = -\frac{24}{7} \text{ [tonneF]}$$

$$N \cdot \sin(\alpha) = -\frac{32}{7} \text{ [tonneF]}$$

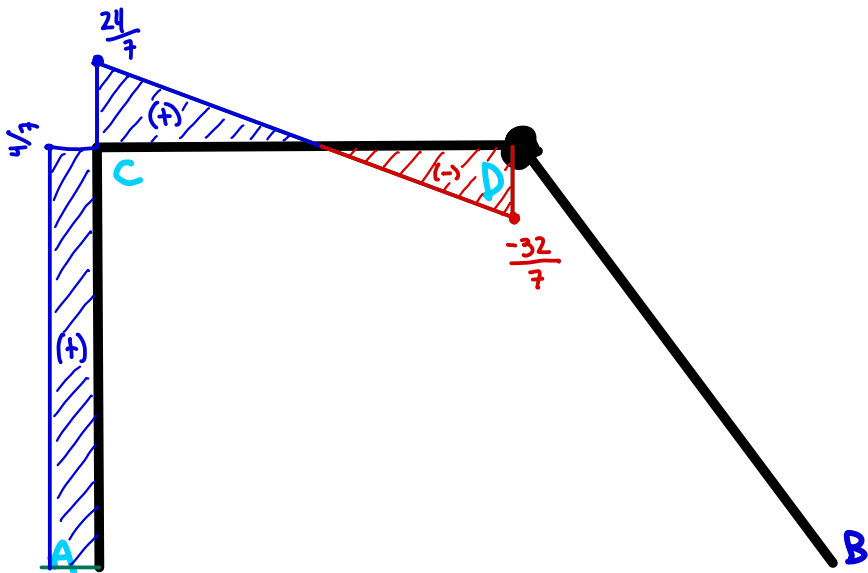
} Existe continuidad en el sistema ya que el corte y el axial en el mismo punto de la rótula vale lo mismo.



Axial:



Corte:



Moment:

